

## Форма «Т». Титульный лист отчета (итогового отчета) о выполнении проекта

Название проекта: <b>Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной КХД</b>	Номер проекта: <b>15-12-20008</b>	
Код типа проекта: <b>ВУ</b> Отрасль знания: <b>02</b>		
Фамилия, имя, отчество (при наличии) руководителя проекта: <b>Накамура Атсуши</b>	Контактные телефон и e-mail руководителя проекта: <b>+817056703512, nakamura@riise.hiroshima-u.ac.jp</b>	
Полное и краткое название организации, через которую осуществляется финансирование проекта: <b>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Дальневосточный федеральный университет» ДВФУ</b>		
Объем средств, фактически полученных от РНФ в 2015 г.: <b>6000</b> тыс. руб.	Год начала проекта: <b>2015</b>	Год окончания проекта: <b>2017</b>
	Объем финансирования, запрашиваемый на 2016 год: <b>10000</b> тыс. руб. (для продолжающихся проектов)	
Перечень приложений к отчету	1. Копии публикаций в соответствии с Formой 2о - 0 шт. на 0 стр. в 1 экз. <i>К печатному экземпляру отчета прикладываются только копии первой (с указанием авторов) страницы и страницы со ссылкой на поддержку отРНФ.</i>	
<b>Гарантирую, что при подготовке отчета не были нарушены авторские и иные права третьих лиц и/или имеется согласие правообладателей на представление в РНФ материалов и их использование РНФ для проведения экспертизы и для их обнародования.</b>		
Подпись руководителя проекта  _____ /А.Накамура/		Дата подачи отчета: <b>09 декабря 2015 г.</b>
Подпись руководителя организации Либо уполномоченного представителя, действующего на основании доверенности. В случае подписания форм уполномоченным представителем организации (в т.ч. – руководителем филиала) к печатному экземпляру отчета прилагается доверенность (копия доверенности, заверенная печатью организации).  _____ / _____ /		
Печать организации		

Отчет о выполнении проекта  
№ 15-12-20008  
«Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной  
КХД»,  
в 2015 году

**1.1. Заявленный в проекте план работы на год**

Формируется в соответствии с заявкой.

1. Основной задачей является разработка программного кода для моделирования кварк-глюонной плазмы в рамках решеточной КХД с ненулевым химпотенциалом и его тестирование и оптимизация работы на суперкомпьютер ДВФУ "Восток-1". Детали этого кода следующие:
  - а) Будет использоваться улучшенное действие для вильсоновских фермионов и для глюонного калибровочного поля.
  - б) Вычисления с химическим потенциалом будут выполняться методом канонического ансамбля, методом многопараметрического ревейтинга и методом разложения в ряд Тэйлора.
  - в) Программный код для алгоритма гибридного Монте Карло будет реализован с использованием современного технического приема «precondition technique» и выполним оптимизацию параметров данного метода для вычислений при конечном значении химического потенциала и конечной температуре.
2. Основные проблемы при вычислении транспортных коэффициентов связаны с маленькой величиной отношения сигнал/шум, что приводит к большим статистическим погрешностям. Мы первыми применим метод градиентного потока (gradient flow) для сглаживания ультрафиолетовых флуктуаций, что приведет к значительному улучшению отношения сигнал/шум. Вначале мы рассмотрим калибровочную группу  $SU(2)$ , и если данный метод будет работать, мы расширим метод на калибровочную группу до  $SU(3)$ .
3. Будет разработан план вычислений в решеточной глюодинамике энтропии перепутывания, выполнение которого позволит ответить на вопрос, есть ли разрыв в производной альфа-энтропии по размеру подсистемы или нет.

По результатам выполнения пунктов 1б и 1в будут готовиться публикации научных журналах с высоким импакт-фактором.

Рабочие визиты в Москву, Германию (Берлин и Дармштадт), Италию (Пиза), США (БНЛ) и Японию для обсуждений по проекту и представления результатов.

**1.2. Заявленные научные результаты на конец года**

Формируется в соответствии с заявкой.

- 1) Программный код для численных расчетов решеточной КХД с ненулевым значением химического потенциала для суперкомпьютера «Восток-1» ДВФУ,
- 2) Программный код для вычисления наблюдаемых решеточной КХД с ненулевым значением химического потенциала,
- 3) Первые результаты о вкладе вихрей и монополей в вязкость глюонной плазмы в  $SU(2)$  калибровочной теории поля,
- 4) Первые результаты вычислений вязкости с использованием метода градиентного потока.

**1.3. Сведения о фактическом выполнении плана работы на год**

*(фактически проделанная работа, до 10 стр.)*

1. В рамках 1-го этапа проекта были выполнены работы по разработке и отладке программного комплекса (ПК) для вычислений в решеточной КХД с ненулевым химическим потенциалом. ПК реализует алгоритм гибридного Монте Карло для выбранного вида решеточного действия, включая возможность ненулевого (мнимого) кваркового химического потенциала. Важным свойством созданного ПК является то, что большая часть вычислительных операций (более 99 %) выполняется на графической подсистеме современных компьютеров (GPU), так как прежде всего этот комплекс предназначен для работы на суперкомпьютере «Восток 1» ДВФУ.

Перед началом разработки ПК был проведен анализ возможностей использования уже готовых ПК для вычислений в решеточной КХД, которые находятся в свободном доступе. К ним относятся BQCD, CHROMA, MILC. ПК BQCD позволяет выполнять генерацию конфигураций калибровочного поля в решеточной КХД для широкого спектра решеточных действий и задача необходимой модификации этого ПК с целью добавления опции вычислений с ненулевым (мнимым) химическим потенциалом является относительно несложной. Однако, этот ПК предназначен для использования только на стандартных суперкомпьютерах с CPU, т. е. не может быть использован на суперкомпьютерах с гибридной архитектурой, к которым относится Восток-1. ПК CHROMA и MILC являются универсальными пакетами, позволяющими выполнять вычисления в решеточной КХД для всех известных решеточных формулировок КХД (с нулевым химическим потенциалом). Однако выполнение каких-то изменений в этих пакетах, необходимых, прежде всего для добавления возможности вычислений с ненулевым химическим потенциалом, в случае CHROMA практически невозможно, а в случае MILC возможно, но полученный ПК был бы не эффективен, т. к. пришлось бы использовать все их внутренние типы данных для работы на видеокарте, что сразу же потенциально снижает быстродействие итогового кода. В результате выполненного анализа было принято решение о разработке оптимизированного кода, специализированного для вычислений на GPU.

Были решены следующие проблемы, связанные с особенностями программирования для GPU. При разработке высокопроизводительного кода для графических карт требуется правильно работать с глобальной и локальной памятью GPU, учитывая ее архитектуру. Архитектура CUDA представляет собой одиночный поток команд для 32 потоков (warp), который выполняется для множественного потока данных (SIMD-инструкции), что позволяет обеспечить параллелизм на уровне данных. В архитектуре CUDA используется 6 типов памяти: глобальная, текстурная, константная, локальная, распределенная и регистровая. Анализируя аппаратную модель памяти у графических карт можно прийти к выводу, что главное требование для написания эффективного кода состоит в следующем: при обращении к памяти требуется организовать запрос потоков варпа к последовательному участку глобальной памяти, выравненному как минимум на 256 байт (лучше всего 1024 байт). Для генерации конфигурации глюонных полей требуются 4-х мерные массивы, в которых нужно хранить матрицы из группы SU(3) и псевдофермионные поля, а для этого нужны структуры, состоящие из 18 и 24 вещественных чисел соответственно. Если для кода, выполняемого на CPU, достаточно хранить эти данные в виде массива структур, то в случае с GPU такой подход уже не работает. Для GPU требуется разбить структуру на отдельные элементы и хранить каждый элемент в собственном массиве. Таким образом, для хранения массива структур SU(3) матриц требуется организовать 18 поэлементных массивов, выравненных на 256 байт. Например, первый массив содержит все действительные части элемента матрицы  $s_{11}$ , второй массив содержит все мнимые части элемента матрицы  $s_{11}$ , и т.д.

Для оптимизированной организации массива структур была разработана абстрактная структура `pd_t` (заголовочный файл `fieldio.h`), которая может хранить любые структуры, элементами которых являются данные одного типа. Все массивы в разработанной коде хранятся в структуре `pd_t`, тем самым достигается максимальная оптимизация работы с глобальной памятью.

Для поддержки использования методов "mixed precision" в алгоритмах решения линейных уравнений код разрабатывался с использованием шаблонной техники на C++, что позволяет

иметь шаблоны одних и тех же функций для разных типов данных (float, double, long double).

Графическая карта содержит большое количество параллельных вычислителей (например видеокарта Nvidia GTX 980 содержит 2048 CUDA ядер). Каждое ядро обрабатывает требуемое действие в каждом узле на решетке. Например, в случае действия оператора Дирака на фермионный вектор, одно ядро вычисляет результат в отдельном узле, но поскольку количество CUDA ядер ограничено, то в итоге одно ядро обрабатывает некоторое количество независимых узлов на решетке.

Комплекс программ написан так, что все вычисления проводятся на GPU, передача данных между CPU и GPU минимальна. Например, для вычисления действия на новой конфигурации требуется с GPU получить всего 2 вещественных числа, т.е. всего 16 байт, что происходит очень быстро. Для обращения оператора Дирака требуется с видеокарты получить  $2 * N_{cg}$  вещественных чисел, где  $N_{cg}$  количество шагов в функции для решения линейного уравнения методом градиентного спуска, т.е. объем данных, передаваемых между CPU и GPU, и в этом случае небольшой. Только в случае сохранения конфигурации калибровочного поля требуется передать большой объем информации с видеокарты, но такая операция выполняется лишь один раз на одну траекторию в алгоритме гибридного Монте Карло. В программном комплексе оптимизированы функции для работы с геометрией решетки. Во-первых используется упакованный тип для координат на решетке, что позволяет использовать 4 байта для нумерации каждой точки на решетке вместо 16 байт. Данная оптимизация ограничивает размер решетки величиной  $255^4$ , т. е. Имеется большой запас, т. к. даже на самых современных суперкомпьютерах вычисления с решетками такого размера пока не выполняются. Вычисления координат соседей определенного узла выполняются налету, при этом не требуется обращаться к глобальной памяти, что повышает быстродействие и уменьшает размер используемых данных на GPU.

Для генерации конфигураций с требуемым распределением с помощью алгоритмов Монте Карло требуется генерировать большое количество случайных чисел. В случае работы с видеокартой от Nvidia существует библиотека cuRAND, которая позволяет генерировать псевдослучайные последовательности для каждого потока на видеокарте. В таком случае приходится хранить состояния для генератора случайных чисел для каждого потока отдельно. В нашем ПК предусмотрено задание seed (начальное зерно для генератора) в файле параметров расчета, что позволяет получать разные последовательности конфигураций калибровочного поля при использовании одних и тех же физических параметров.

ПК написан на языке программирования C++ с использованием технологии CUDA от Nvidia и разделяется на следующие блоки:

- 1) Базовая часть, в которой содержатся:
  - определения используемых типов и функций для работы с ними;
  - функции, требуемые для оптимизированного использования собственных типов, размещенных в памяти видеокарты;
  - функции для операций ввода/вывода;
  - вспомогательные функции, выполняющиеся на видеокарте;
  - функции линейной алгебры;
  - функции для генерации случайных величин с заданным распределением;
  - функции действия оператора Дирака на фермионные поля;
  - функции для работы с калибровочными полями;
  - функции для решения линейных уравнений с использованием современного технического приема «precondition technique»;
  - функции вычисления калибровочной силы, требуемые для молекулярной динамики;
  - функции молекулярной динамики;
  - функция генератора конфигураций;
  - функции подстройки интегратора молекулярной динамики, требуемые для автоматизации

процесса генерации конфигураций и др.

Общий объем кода данного блока -- 47 тыс. строк.

## 2) Блок генератора конфигураций калибровочного поля.

Для генерации конфигураций с вероятностью, определяемой действием решеточной КХД, был выбран стандартный алгоритм гибридного Монте Карло для случая двух ароматов кварков с равными массами. Для интегрирования уравнений молекулярной динамики был выбран омельяновский интегратор, который дает ошибку при интегрировании третьего порядка. Также интегратор поддерживает использование разных шагов для калибровочной и фермионных сил. В процессе работы генератора возможно включение опции подстройки интегратора для удержания уровня принятых конфигураций (acceptance rate) в диапазоне 70% - 85%, что заметно автоматизирует процесс генерации конфигураций и оптимизирует быстродействие его работы.

## 3) Блок обращения оператора Дирака

Для обращения оператора Дирака в ПК реализован итеративный метод решения системы линейных уравнений, а именно алгоритм сопряженных градиентов (Conjugate Gradient, CG). Данный алгоритм позволяет решать уравнение вида  $Ax=b$ , когда матрица  $A$  эрмитова и положительно определена. В нашем проекте фермионное действие задается с помощью улучшенного Вильсоновского оператора Дирака (с кловерным членом), матрица  $D$  которого не является эрмитовой и положительно определенной, поэтому метод сопряженных градиентов обращает нормальное уравнение Дирака, т.е. уравнение  $D^{\dagger} D x=b$ , т.к. матрица  $D^{\dagger} D$  эрмитова и положительно определена. Такой метод применим в случае двух ароматов кварков с вырожденной массой. Другой возможностью было бы применение стабильного варианта метода бисопряженных градиентов BiCGstab или метода GMRES. Оба этих метода работают для произвольной матрицы  $A$ , и поэтому могут быть применены для решения исходного уравнения Дирака  $D x =b$ . Однако, первый в некоторых случаях может не сойтись к правильному решению, а второй сходится гораздо медленнее, чем CG. Стоит отметить, что оба этих метода используются в решеточной КХД для вильсоновского оператора Дирака с кловерным членом, (например, в проекте BQCD). Важно заметить, что в данном проекте в оператор Дирака также введен мнимый химический потенциал, что может сказаться на сходимости BiCG и GMRES, но не повлияет на работу CG.

Была выполнена стандартная проверка метода сопряженных градиентов, реализованного в нашей программе, путем вычисления скалярных произведений для соответствующих псевдофермионных полей. Проверка была проведена как для единичных и случайных псевдофермионных полей так и для единичных и случайных калибровочных полей.

## 4. Блок вычисления наблюдаемых на уже подготовленных конфигурациях калибровочных полей.

Общий объем кода для расчета наблюдаемых -- 3 тыс. строк.

Была принята следующая модель параллельных расчетов наблюдаемой. Далее при расчете наблюдаемых параллелизм двухуровневый. Во-первых наблюдаемая считается на разных конфигурациях параллельно, во-вторых наблюдаемая на конфигурации считается на GPU, т.е. тоже параллельно. Таким образом достигается максимальное быстродействие программного комплекса. В будущем, если производительности GPU кода будет не достаточной для выполнения работ по проекту, будут написаны дополнительные функции позволяющие работать не на одной видеокарте а на нескольких (multi GPU).

Для глюонных наблюдаемых были написаны функции, вычисляющие средний плакет, в том числе отдельно средний пространственный плакет и средний временной плакет, петлю Полякова, топологический заряд. Для фермионных наблюдаемых были написаны функции, вычисляющие кварковый пропагатор, киральный конденсат, барионную плотность и барионную восприимчивость (как связанную, так и несвязанную части). В этих наблюдаемых следы от возникающих фермионных операторов считаются при помощи метода стохастической оценки (stochastic estimator), причем в качестве произвольных псевдофермионных векторов с нескоррелированными компонентами используются вектора, сгенерированные с Гауссовым

распределением или  $Z_2$ -распределением (Comp. Phys. Comm. 181, 1570 --- 1583 (2010)). Программно генерация произвольных векторов осуществляется при помощи библиотеки cuRAND. Стоит отметить, что для несвязанной части барионной восприимчивости применяется несмещённая стохастическая оценка, то есть при оценке произведения следов от операторов для каждого следа используется уникальный псевдофермионный вектор.

Тестирование ПК. Общий объем кода тестов -- 8 тыс. строк. Ниже мы описываем тестирование работы блока обращения оператора Дирака.

Первая проверка была выполнена на свободном решеточном операторе Дирака (т. е. с нулевым калибровочным полем). В этом случае известно аналитическое выражение для обратного решеточного оператора Дирака. На решетке  $4^4$  мы посчитали обратный Вильсоновский оператор Дирака, который полностью совпал с аналитическим выражением. Далее мы повторили вычисления на конфигурациях калибровочного поля, которые являются чистыми калибровками (имеют нулевое действие), и убедились, что это не меняет значения пропагатора. Другой важной проверкой явился расчет различных наблюдаемых на конкретной конфигурации калибровочного поля с помощью нашего ПК и сравнение со значениями, полученными с помощью известного ПК - для этой цели мы использовали ПК LTKf90 ( S. Choe, S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka, T. Saito and F. Shoji "Lattice Tool Kit in Fortran90" Nucl.Phys.(Proc.Suppl)106, (2002), 1037-1039 ). Для сравнения расчётов нужно сохранять и загружать конфигурации в одинаковом формате, поэтому мы привели формат конфигурация LTKf90 к нашему формату. В нашем проекте конфигурации калибровочных полей сохраняются в виде бинарных файлов, где по очереди сохраняются поля для всего объема решетки для нулевого (временного) направления, далее - для первого (направление  $x$ ), второго ( $y$ ) и третьего ( $z$ ), при этом для одного объема решетки сохраняются поля вначале для координаты  $x$ , затем  $y$ , затем  $z$ , затем  $t$  (т.е. по формуле  $i = x + y*N_x + z*N_x*N_y + t*N_x*N_y*N_z$ ). На первом этапе мы сравнивали калибровочные поля поэлементно для каждого направления и кристаллографической координаты, после чего в качестве проверки использовали средний плакет: если средний плакет, посчитанный в нашей программе, совпадает со значением, полученным в LTKf90, то мы считаем, что конфигурации загрузились верно и наблюдаемые, посчитанные в нашей программе и LTKf90 должны совпадать. На конфигурации  $4^4$  мы рассчитали обратный оператор Дирака и сопоставили его со значением, полученным в LTKf90. Далее мы перешли к расчету пропагатора пиона и проделали вычисления как с включенной кловерной частью оператора Дирака, так и без нее. Результаты наших вычислений полностью совпали с результатами работы LTKf90.

Кроме тестов отдельных блоков и функций, используемых в GPU коде, были вычислены многие наблюдаемые для сравнения полученных результатов с известными результатами, которые можно найти в литературе или получить с помощью ПК LTKf90. Для проверки работы блока генерации конфигураций в случае чисто калибровочного вильсоновского действия был вычислен средний плакет и сравнен с уже имеющимися результатами, полученными на CPU с использованием алгоритма тепловой ванны. Такие же расчеты были повторены и в случае улучшенного калибровочного действия Ивасаки и выполнено сравнение с результатами из статьи Phys. Rev. D33 1806. Для улучшенного калибровочного действия также была проверено наличие  $Z_3$  симметрии в распределении значений поляковсой петли в фазе конфайнмента. Все тесты были успешными. После завершения тестирования калибровочной части генерирующего кода была протестирована фермионная часть. Для сравнения была выбрана статья Phys. Rev. D63 034502 коллаборации CP-PACS, в которой использовалось такое же действие решеточной КХД, как в нашем проекте (в случае нулевого химического потенциала). Все полученные результаты отлично согласуются с результатами, представленными в Phys. Rev. D63 034502. Таким образом, мы убедились, что созданный ПК работает верно.

Важной характеристикой ПК является быстродействие. Для получения характерной оценки ускорения вычислений за счет использования GPU, было проведено сравнение нашего кода, выполняемого на видеокарте Tesla K20Xm от Nvidia и CPU код программного пакета LTKf90,

выполняемого на суперкомпьютере SX-ACE с 4-х ядерными векторными процессорами NEC. Запуск проводился на 1 ядре. Основные параметры расчетов: решетка с числом узлов  $4^4$ , параметры действия решеточной КХД  $\kappa = 0.1369$ ,  $c_{SW} = 0$ ,  $\beta = 2.0$ , длина траектории молекулярной динамики (MD) равна 1 ( $N_{MD} = 50$ ,  $\Delta_{MD} = 0.02$ ), использовались 200 траекторий MD, после необходимой термализации. Результат оказался следующим CPU -- 8870 секунд, GPU -- 282 секунды. Таким образом, при данных параметрах вычислений видеокарта дает ускорение в 31.5 раза по сравнению с одним ядром CPU.

Мы выполнили расчет быстродействия ПК для операции умножения оператора Дирака на фермионный вектор с double precision, которая выполняется в пакетах решеточной КХД наиболее интенсивно. Быстродействие составило 62.7 GFLOPS на видеокarte GTX 980, данный показатель соответствует ~43.5% от пиковой производительности видеокарты. Соответственно, мы ожидаем, что на GPU NVIDIA K40, которой оснащен суперкомпьютер Восток-1 мы получим быстродействие в 10 раз больше, т. е. более 600 GFLOPS. Благодаря оптимизации работы с памятью, на видеокarte NVIDIA K40 с 12 GB видео памяти возможно исследовать решетки с максимальным размером  $36^4$ , что с большим запасом превышает потребности нашего проекта.

## 2. Вязкость

Вычисление транспортных коэффициентов на решетке связано с вычислением различных корреляторов тензора энергии-импульса. Например, для вычисления вязкости необходимо измерение коррелятора  $C(t) = \langle T_{12}(x,t) T_{12}(0,0) \rangle$ . Коррелятор может быть записан через спектральную функцию  $\rho(\omega)$ , а вязкость  $\eta$  связано с  $\rho$  через формулу Кубо  $\eta/\pi = \rho(\omega)/\omega$  в пределе нулевого значения  $\omega$ . Вычисление вязкости можно разделить на две задачи. Во-первых, необходимо измерение коррелятора тензора энергии-импульса с очень высокой точностью. во-вторых, измерив коррелятор, необходимо извлечь спектральную плотность  $\rho$  из интегрального уравнения. Известно, что ультрафиолетовые флуктуации калибровочного поля значительно ухудшают точность вычисления коррелятора  $C(t)$ . В то же время их вклад — нефизический, они не дают вклад в вязкость. Поэтому естественно попытаться подавить ультрафиолетовые флуктуации. В рамках 1-го этапа данного проекта мы разработали несколько подходов к решению проблемы уменьшения вклада от ультрафиолетовых флуктуаций.

Первый подход — использование улучшенного действия. Мы выполнили вычисления с вильсоновским и улучшенным решеточным действием для  $SU(2)$  глюодинамики и нашли, что точность вычислений коррелятора может быть улучшена на порядок, если использовать улучшенное действие. Проблема, которую предстоит решить — это перенормировка ТЭИ для улучшенного действия. Мы планируем использовать метод градиентного потока для получения перенормированного ТЭИ с улучшенным действием.

На данном этапе мы использовали метод градиентного потока ( JHEP 1008 (2010) 071 ) для вычисления коррелятора  $C(t)$  с перенормированным ТЭИ (PTEP 2013 (2013) 083B03) в случае стандартного вильсоновского действия. Такое вычисление было выполнено впервые. Мы следовали определениям и процедуре вычисления перенормированного ТЭИ, использованного в работе Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501. Для выполнения этой части проекта нами была создана компьютерная программа для выполнения процедуры градиентного потока для калибровочной группы  $SU(2)$  и вильсоновского действия. Программа написана на языке "Си" с использованием распараллеливания одновременно при помощи MPI и OpenMP: заранее сгенерированные конфигурации глюонного поля равномерно делятся между всеми MPI-процессами, а в рамках каждого MPI-процесса итерации циклов, возникающих при вычислении описанных глюонных наблюдаемых, разделяются между OpenMP-нитеями. Такой подход к распараллеливанию позволяет получить значительный выигрыш во времени расчетов на современных многоядерных архитектурах. В качестве метода численного интегрирования уравнений градиентного потока была

выбрана схема Рунге-Кутты 4-го порядка. В результате тестовых проверок, было определено, что оптимальным является шаг интегрирования равный 0.01. Для такого шага систематическая ошибка численного интегрирования в исследуемом диапазоне 'времени'  $\tau$  составляет  $\mathcal{O}(10^{-6})$  и как минимум на порядок меньше статистической. В процессе сглаживания программа вычисляет коррелятор заданных компонент ТЭИ, компоненты ТЭИ на отдельных временных слоях, топологический заряд и действие (в качестве решеточного определения тензора глюонного поля взято стандартное 'клеверное' выражение). Тестовые вычисления были выполнены на решетке  $32^3 \times 8$  для температуры  $T/T_c = 1.05$ . Перенормированный ТЭИ получается из ТЭИ, вычисленного при различных значениях параметра ('времени') градиентного потока  $\tau$ , в пределе  $\tau \rightarrow 0$ . Вычисление этого предела является непростой задачей и требует проверки эффектов конечного объема, которая нами пока не была выполнена. В качестве предельного значения для ТЭИ в работе Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501 выбиралось значение ТЭИ на плато, найденном при малых  $\tau$  в интервале  $\tau_{\min} < \tau < \tau_{\max}$ . Мы обнаружили, что значение коррелятора  $C(t, \tau)$  также имеет плато для достаточно больших значений  $t$ , в нашем случае, для  $t=2$  и  $3$  при  $0.05 < \tau < 0.2$  для  $t=2$  и  $0.2 < \tau < 0.3$  для  $t=3$ .

Мы обнаружили, что использование метода градиентного потока действительно приводит к значительному уменьшению статистической погрешности. Для  $t=2$  уменьшение произошло в 3 раза, что эквивалентно уменьшению необходимой статистики на порядок. В случае  $t=3$  уменьшение погрешности еще более значительное, практически на порядок. Таким образом, наши расчеты позволяют сделать вывод, что использование метода градиентного потока дает очень значительный выигрыш при вычислении коррелятора  $C(t)$ , причем выигрыш растет с  $t$ . Мы ожидаем, что комбинация метода градиентного потока и улучшенного действия должно дать оптимальный метод вычисления коррелятора  $C(t)$ .

Мы также исследовали метод явного подавления ультрафиолетовых степеней свободы путем выделения инфракрасных степеней свободы. Известный способ выделения инфракрасных степеней свободы заключается в фиксации максимальной абелевой калибровки и выделения абелевой или монополярной компоненты калибровочного поля или в фиксации центральной калибровки и выделении  $Z_N$  (для  $SU(N)$ ) степеней свободы (Prog.Part.Nucl.Phys. 51 (2003) 1) . В подобном исследовании появляется также возможность проверить гипотезу, выдвинутую в работах Phys.Rev.Lett. 98 (2007) 082002 и Phys.Rev.Lett. 101 (2008) 162302 , что цветомагнитные степени свободы (монополи или вихри) ответственны за необычные свойства кварк-глюонной плазмы в области температур немного выше температуры перехода  $T_c$ .

Мы провели расчет абелевой компоненты коррелятора  $C(t)$  после фиксации максимальной абелевой калибровки. Расчет проведен на решетках  $323 \times 16$ ; статистика - 100000 конфигураций. При фиксации максимально абелевой калибровки использовались 3 или 10 Грибовских копий. Результат этого расчета показывает, что для абелевой компоненты коррелятора значительно уменьшается статистическая погрешность, по сравнению с обычным неабелевым коррелятором. Такой результат ожидался, поскольку значительная часть ультрафиолетовых флуктуаций содержится в отброшенном вкладе недиагональных глюонов. Помимо этого видно, что расчеты абелевой проекции коррелятора с 3 и 10 Грибовскими копиями не отличаются друг от друга. При малых значениях евклидоваго времени  $t$  значения перенормированных неабелевого и абелевого корреляторов  $C(t)$  близки друг к другу, но при максимальном значении  $t=8$  (середица решетки) корреляторы отличаются друг от друга на два порядка, коррелятор абелевой проекции примерно в 100 раз больше обыкновенного коррелятора. Мы попытались понять поведение абелевой компоненты коррелятора и обнаружили следующие свойства. При фитировании коррелятора абелевой проекции с помощью модельной спектральной плотности  $\rho(\omega)$ , соответствующей гидродинамическому приближению  $\rho(\omega) = \eta \omega / \pi$ , мы обнаружили отличное согласие с данными, что подтверждается значением  $\chi^2/\text{dof}$  около 1 . Отметим, что в случае неабелевого коррелятора хороший фит получается только при добавлении ультрафиолетового вклада в  $\rho(\omega)$ , который пропорционален  $\omega^4$  и является

доминирующим. Мы приходим к выводу, что абелевая проекция описывает инфракрасное поведение теории и подавляет ультрафиолетовые вклады. Это как раз то, что нужно для вычисления вязкости абелевой компоненты. Однако напрямую вычислить вязкость из коррелятора в абелевой проекции пока не представляется возможным, т.к. не известен перенормировочный коэффициент для абелевой проекции. Заметим, однако, что мультипликативная перенормировка коррелятора  $C(t)$  точно такая же, как квадрат перенормировки плотности энтропии -  $s$ . Это легко понять, если вспомнить, что коррелятор содержит квадрат тензора энергии-импульса, плотность энтропии – тензор энергии-импульса в первой степени. Если теперь сравнить, величины  $C(t)/s^2$ , из которой сокращается мультипликативная перенормировка, для абелевой коррелятора и для неабелевого коррелятора, то оказывается, что в точке  $t=8$  эти величины совпадают. Данный результат подтверждает предположение о том, что учет перенормировки абелевой проекции позволит вычислить вязкость кварк-глюонной плазмы. Мы планируем детально изучить перенормировку абелевой проекции коррелятора тензора энергии-импульса на следующем этапе нашего проекта.

Вакуум теории Янга-Миллса содержит особые струноподобные объекты – центральные цветоманнитные вихри. Перколяция магнитных вихрей, как известно, является одной из возможных объяснений конфайнмента в низкотемпературной фазе теории. Одной из ярких демонстраций связи центральных вихрей и конфайнмента явилось вычисление натяжения струны в решеточной глюодинамике на конфигурациях глюонного поля, из которых исключили центральные вихри. Было показано, что натяжение струны в этом случае равно нулю. Вклад вихрей в свойства кварк-глюонной плазмы также вызывает интерес. Мы исследовали свойства вихрей после фиксации т. н. прямой центральной калибровки. Мы использовали описанный выше прием удаления центральных вихрей из сгенерированных с улучшенным вильсоновским действием решеточных конфигураций калибровочного поля на решетке  $16^3 \times 8$  при температуре  $2.5T_c$ . Мы вычислили коррелятор  $C(t)$  для таких конфигураций без вихрей и сравнили с обычным коррелятором  $C(t)$ . Мы обнаружили большую разницу между этими корреляторами, что означает, что вихри дают значительный вклад в этот коррелятор. Пока имеющиеся данные не позволяют поддержать или опровергнуть гипотезу о том, что именно вихри ответственны за аномально малое отношение  $\eta/s$  ( $s$  – плотность энтропии) найденное в кварк-глюонной плазме. Как и в случае с абелевой (монопольной) компонентой, обсуждавшейся выше, необходимо решить проблему перенормировки соответствующего ТЭИ.

### 3. Энтропия квантового перепутывания.

Квантовое перепутывание является замечательным явлением, впервые реализованным как парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена. Рассмотрим систему в чистом квантовом состоянии. Измерения в подсистеме  $A$  определяют результаты измерений в дополняющей подсистеме  $B$ , даже если причинно-следственная связь между двумя измерениями отсутствует. Энтропия перепутывания  $S_{\{A\}}$  подсистемы  $A$  определяется как энтропия фон Неймана, соответствующая приведенной матрице плотности  $\rho_{\{A\}}$ .

Исследования энтропии перепутывания важны для случаев сложных систем с сильным взаимодействием, где свойства основного состояния не могут быть вычислены аналитически. Понятие квантового перепутывания важно для теории квантовых фазовых переходов, т.е. фазовых переходов при температуре  $T = 0$  (Phys. Rev.Lett. 90, 227902 (2003)). В физике черных дыр, рассмотрение квантового перепутывания является центральным при обсуждении информационного парадокса Хокинга, который бросает вызов согласованности общей теории относительности и квантовой механики. В последнее время появились приложения к теории поля. Подсистема  $A$  имеет длину  $l$  в одном из пространственных измерений.

Мы вычисляли энтропическую  $s$ -функцию, пропорциональную производной энтропии перепутывания  $S_A$  по длине  $l$  в  $SU(3)$  калибровочной теории. При нулевой температуре ожидается, что для малых  $l$ , исходя из свойства асимптотической свободы, энтропийная  $s$ -функция аппроксимируется вкладом невзаимодействующих глюонов. С другой стороны, на

адронном масштабе энтропийная  $s$ -функция должна отражать свойство конфайнмента. В этой области значений  $l$  нет возможности получить результат с помощью аналитического расчета. В работах, основанных на голографическом и геометрическом подходах обнаружено, что  $S_{\{A\}}$  проходит через квантовый фазовый переход при  $l$  порядка обратной константы КХД  $\Lambda_{\text{КХД}}$  (JHEP 1205 (2012) 032). Мы используем метод реплик (Nucl. Phys. B802, 458 (2008)) и вычисляем энтропийную  $s$ -функцию численно. Метод реплик является мощным средством для вычисления энтропии перепутывания. Система разделена на две подсистемы,  $A$  и  $B$ , в  $x$ -направлении, число узлов в  $x$ -направлении, лежащих в  $A$  и  $B$  равно  $l$  и  $N_x - l$ , соответственно.

Мы обнаружили, что  $s$ -функция практически постоянна в области малых  $l$ : при  $l < 0.7 \text{ fm}$ . Наши результаты показывают монотонное уменьшение  $s$ -функции при  $l > 0.7 \text{ fm}$  и она согласуется с нулевым значением при  $l = 0.88 \text{ fm}$ . Интересно, что критическая температура в  $SU(3)$  глюодинамике составляет  $T_c = 280 \text{ МэВ}$ , то есть  $1 / T_c = 0,714 \text{ Фм}$ .

Наши результаты аналогичны поведению статического потенциала как функции расстояния между источниками.

На малых  $l$  наблюдаемое значение энтропийной  $s$ -функции можно понять достаточно хорошо с точки зрения степеней свободы глюонов.

Мы не видим препятствий к выполнению аналогичного исследования для решеточной КХД с динамическими кварками, хотя необходимое компьютерное время в этом случае безусловно значительно больше.

**Все планируемые на год работы выполнены полностью:**

да

#### **1.4. Сведения о достигнутых конкретных научных результатах в отчетном году** (до 5 стр.)

1) Программный код для численных расчетов решеточной КХД с ненулевым значением химического потенциала для суперкомпьютера «Восток-1» ДВФУ, Создан программный комплекс (ПК) для выполнения исследований в решеточной КХД с двумя ароматами динамических кварков при ненулевом (мнимом) химическом потенциале. ПК создан для выполнения вычислений на суперкомпьютере с гибридной архитектурой, более 99% вычислений выполняется на GPU, что позволяет достичь высокой эффективности. В ПК используется улучшенное действие Ивасаки для калибровочного действия и улучшенное Вильсоновское действие с кловерным членом для кварков. ПК включает preconditioning вида even-odd и возможность вычислений с мнимым кварковым химическим потенциалом, что открывает возможность для получения результатов при реальном химическом потенциале с помощью метода канонического ансамбля. ПК для исследований в решеточной КХД с динамическими кварками создан в России впервые. Наши коллеги из коллаборации QCDSF, которые не имеют ПК для работы на суперкомпьютере с гибридной архитектурой, также заинтересованы в использовании нашего ПК в совместных исследованиях.

2) Программный код для вычисления наблюдаемых решеточной КХД с ненулевым значением химического потенциала,

Написан программный код для вычисления наблюдаемых. Частично код реализован как часть Программного комплекса, описанного в пункте 1, частично как отдельный код. Для глюонных наблюдаемых были написаны функции, вычисляющие средний плакет, в том числе отдельно средний пространственный плакет и средний временной плакет, петлю Полякова, топологический заряд. Для фермионных наблюдаемых были написаны функции, вычисляющие кварковый

пропагатор, киральный конденсат, барионную плотность и барионную восприимчивость (как связанную, так и несвязанную части). В этих наблюдаемых следы от возникающих фермионных операторов считаются при помощи метода стохастической оценки (stochastic estimator), причем в качестве произвольных псевдофермионных векторов с нескоррелированными компонентами используются вектора, сгенерированные с Гауссовым распределением или  $Z_2$ -распределением (Comp. Phys. Comm. 181, 1570 --- 1583 (2010)). Программно генерация произвольных векторов осуществляется при помощи библиотеки cuRAND. Стоит отметить, что для несвязанной части барионной восприимчивости применяется несмещённая стохастическая оценка, то есть при оценке произведения следов от операторов для каждого следа используется уникальный псевдофермионный вектор.

Для расчетов при помощи метода канонического ансамбля был написан программный код, позволяющий вычислять канонические функции распределения и моменты распределения вплоть до 4-го при фиксированном барионном числе, а также при фиксированных барионном числе  $B$  и и заряде  $Q$ , методом преобразования Фурье от большой канонической функции. Программная реализация непрерывного преобразования Фурье заключается в разбиении интервала интегрирования от  $-p_i$  до  $p_i$  на заданное число отрезков (аппроксимация интеграла трапециями) и проведении дискретного преобразования Фурье методом быстрого преобразования Фурье (Fast Fourier Transformation, FFT). В случае вычисления канонических функций распределения при фиксированных барионном и зарядовом числах необходимо проводить двойное преобразование Фурье, по барионному и зарядовому мнимым химическим потенциалам, для которого также используется FFT. Вычисление фермионного детерминанта при заданном мнимом химическом потенциале осуществляется при помощи разложения по хоппинг параметру  $\kappa$ . Во всех арифметических операциях при вычислении канонических функций используется повышенная точность, до 200 значащих цифр (в код включена библиотека FMlib), поскольку коллаборацией  $Z_n$  было показано, что без внедрения арифметики повышенной точности при использовании метода канонического ансамбля невозможно получение правильного ответа (<http://arxiv.org/abs/1504.06351>). Данный код был использован для получения канонического распределения  $Z_C(B,Q)$ . Такое распределение было вычислено впервые и полученные результаты представлены на конференции Quark Matter 2015 - XXV International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Кобе, Япония.

Данное распределение позволяет вычислять распределения заряда  $P(Q)$  при фиксированном значении барионного заряда  $B$  и наоборот. Такие распределения можно сравнить с экспериментальными результатами, полученными в экспериментах по столкновению тяжелых ионов.

### 3) Первые результаты о вкладе вихрей и монополей в вязкость глюонной плазмы в $SU(2)$ калибровочной теории поля

Исследовался вклад цвето-магнитных степеней свободы - монополей и вихрей — в вязкость глюонной плазмы в  $SU(2)$  калибровочной теории. В этом исследовании мы проверяем гипотезу, выдвинутую в работах Phys.Rev.Lett. 98 (2007) 082002 и Phys.Rev.Lett. 101 (2008) 162302, что цвето-магнитные степени свободы (монополи или вихри) ответственны за необычные свойства кварк-глюонной плазмы в области температур немного выше температуры перехода  $T_c$ . Мы провели расчет абелевой компоненты коррелятора  $C(t)$  компонент тензора энергии-импульса (ТЭИ) после фиксации максимальной абелевой калибровки на решетках  $323 \times 16$ . Результат этого расчета показывает, что для абелевой компоненты коррелятора значительно уменьшается статистическая погрешность, по сравнению с обычным неабелевым коррелятором. При фитировании коррелятора абелевой проекции с помощью модельной спектральной плотности  $\rho(\omega)$ , соответствующей гидродинамическому приближению  $\rho(\omega) = \eta \omega / \pi$ , мы обнаружили отличное согласие с данными, что подтверждается значением  $\chi^2/\text{dof}$  близким к 1,

т. е. в абелевом корреляторе отсутствует

ультрафиолетовый вклад в спектральную плотность  $\rho(\omega)$ , который пропорционален  $\omega^4$  и является доминирующим в неабелевом корреляторе. Этот результат позволяет сделать важный вывод, что абелевая проекция и в случае коррелятора ТЭИ описывает инфракрасное поведение теории и подавляет ультрафиолетовые вклады. Однако напрямую вычислить вязкость из коррелятора в абелевой проекции пока не представляется возможным, т.к. неизвестен перенормировочный коэффициент для абелевой проекции. Мы сравнили независимые от перенормировки отношения  $C(t)/s^2$ , где  $s$  – плотность энтропии, и обнаружили, что для максимального значения  $t=8$  эти отношения совпадают. Этот результат подтверждает предположение о том, что учет абелевой компонента дает доминирующий вклад в коррелятор при больших  $t$  (малых  $\omega$ ), а значит и в вязкость кварк-глюонной плазмы. Мы планируем детально изучить перенормировку абелевой проекции коррелятора тензора энергии-импульса на следующем этапе нашего проекта.

В случае вихрей был вычислен коррелятор ТЭИ для конфигураций глюонного поля, полученных после удаления центральных вихрей и сравнили с обычным коррелятором  $C(t)$ . Мы обнаружили большую разницу между этими корреляторами, что означает, что вихри дают значительный вклад в этот коррелятор. Пока имеющиеся данные не позволяют поддержать или опровергнуть гипотезу о том, что именно вихри ответственны за аномально малое отношение  $\eta/s$  ( $s$  – плотность энтропии) найденное в кварк-глюонной плазме. Как и в случае с абелевой (монопольной) компонентой, обсуждавшейся выше, необходимо решить проблему перенормировки соответствующего ТЭИ.

4) Первые результаты вычислений вязкости с использованием метода градиентного потока.

Мы впервые использовали метод градиентного потока для вычисления коррелятора  $C(t)$  для компонент ТЭИ. Использовалось стандартное вильсоновское действие с калибровочной группой  $SU(2)$ . Перенормированный ТЭИ был получен в пределе нулевого времени  $\tau$  процедуры градиентного потока в соответствии с работой Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501. Мы показали, что использование метода градиентного потока приводит к значительному уменьшению статистической погрешности. Для  $t=2$  уменьшение произошло в 3 раза, что эквивалентно уменьшению необходимой статистики на порядок. В случае  $t=3$  уменьшение погрешности еще более значительное, практически на порядок. Таким образом, наши расчеты позволяют сделать вывод, что использование метода градиентного потока дает очень значительный выигрыш при вычислении коррелятора  $C(t)$ , причем выигрыш растет с  $t$ . Этот вывод важен для выбора метода вычислений вязкости в случае решеточной КХД с динамическими фермионами, т. к. в этом случае не применим многоуровневый алгоритм, применяемый для уменьшения погрешности в глюодинамике. Мы ожидаем, что комбинация метода градиентного потока и улучшенного действия должно дать оптимальный метод вычисления коррелятора  $C(t)$ .

**Все запланированные в отчетном году научные результаты достигнуты:**

да

### **1.5. Описание выполненных в отчетном году работ и полученных научных результатов для публикации на сайте РФФ**

на русском языке (до 3 страниц текста, также указываются ссылки на информационные ресурсы в сети Интернет (url-адреса), посвященные проекту)

Проект направлен на исследование Квантовой хромодинамики (КХД) - теории сильных взаимодействий. Хорошо известно, что эта теория обладает значительными

непертурбативными эффектами на больших расстояниях. Получить количественные предсказания для указанных непертурбативных эффектов из первых принципов квантовой теории поля возможно только при использовании метода решеточной регуляризации путем численного моделирования на наиболее мощных современных суперкомпьютерах. Эксперименты по столкновению тяжелых ионов на коллайдерах RHIC (Брукхейвен) и LHC (ЦЕРН) в которых изучаются свойства недавно открытого состояния вещества — кварк-глюонной плазмы, являются едва ли не самыми интересными экспериментами в настоящее время в области физики элементарных частиц. Для полноценного исследования свойств кварк-глюонной плазмы теоретическими методами необходимо проводить вычисления при конечной температуре и конечном барионном химическом потенциале. Для конечной барионной плотности решеточная КХД сталкивается с тем, что действие становится комплексным (“проблема знака”), из-за чего численное моделирование известными методами становится невозможным. Данный проект направлен на решение этой проблемы и получение новых теоретических результатов для свойств кварк-глюонной плазмы.

В рамках 1-го этапа проекта был создан программный комплекс (ПК) для вычислений в решеточной КХД с ненулевым химическим потенциалом. Такой ПК был создан российской группой впервые. ПК реализует алгоритм гибридного Монте Карло для выбранного вида решеточного действия, включая возможность ненулевого (мнимого) кваркового химического потенциала. Важным свойством созданного ПК является то, что большая часть вычислительных операций (более 99 %) выполняется на графической подсистеме современных компьютеров (GPU), так как прежде всего этот комплекс предназначен для работы на суперкомпьютере «Восток 1» ДВФУ.

Были решены ряд проблем, связанных с особенностями программирования для GPU. Для оптимизированной организации массива структур была разработана абстрактная структура `pd_t` (заголовочный файл `fieldio.h`), которая может хранить любые структуры, элементами которых являются данные одного типа. Все массивы в разработанной коде хранятся в структуре `pd_t`, тем самым достигается максимальная оптимизация работы с глобальной памятью. Для поддержки использования методов “mixed precision” в алгоритмах решения линейных уравнений код разрабатывался с использованием шаблонной техники на C++, что позволяет иметь шаблоны одних и тех же функций для разных типов данных (`float`, `double`, `long double`). ПК написан так, что все вычисления проводятся на GPU, передача данных между CPU и GPU минимальна. В программном комплексе оптимизированы функции для работы с геометрией решетки. Для генерации конфигураций с требуемым распределением с помощью алгоритмов Монте Карло требуется генерировать большое количество случайных чисел. В случае работы с видеокартой от Nvidia существует библиотека `cuRAND`, которая позволяет генерировать псевдослучайные последовательности для каждого потока на видеокарте.

ПК написан на языке программирования C++ с использованием технологии CUDA от Nvidia и разделяется на следующие блоки:

1) Базовая часть, в которой содержатся:

- определения используемых типов и функций для работы с ними;
- функции, требуемые для оптимизированного использования собственных типов, размещенных в памяти видеокарты;
- функции для операций ввода/вывода;
- вспомогательные функции, выполняющиеся на видеокарте;
- функции линейной алгебры; и др.

Общий объем кода данного блока -- 47 тыс. строк.

2) Блок генератора конфигураций калибровочного поля.

Для генерации конфигураций с вероятностью, определяемой действием решеточной КХД, был выбран стандартный алгоритм гибридного Монте Карло для случая двух ароматов кварков с

равными массами. Для интегрирования уравнений молекулярной динамики был выбран омельяновский интегратор, который дает ошибку при интегрировании третьего порядка. Также интегратор поддерживает использование разных шагов для калибровочной и фермионных сил.

### 3) Блок обращения оператора Дирака

Для обращения оператора Дирака в ПК реализован итеративный метод решения системы линейных уравнений, а именно алгоритм сопряжённых градиентов (Conjugate Gradient, CG). Такой метод применим в случае двух ароматов кварков с вырожденной массой.

### 4) Блок вычисления наблюдаемых на уже подготовленных конфигурациях калибровочных полей.

Общий объем кода для расчета наблюдаемых -- 3 тыс. строк.

Тестирование ПК. Общий объем кода тестов -- 8 тыс. строк.

Кроме тестов отдельных блоков и функций, используемых в GPU коде, были вычислены многие наблюдаемые для сравнения полученных результатов с известными результатами, которые можно найти в литературе. Для сравнения была выбрана статья Phys. Rev. D63 034502 коллаборации CP-PACS, в которой использовалось такое же действие решеточной КХД, как в нашем проекте (в случае нулевого химического потенциала). Все полученные результаты отлично согласуются с результатами, представленными в Phys. Rev. D63 034502. Таким образом, мы убедились, что созданный ПК работает верно.

Важной характеристикой ПК является быстродействие. Мы выполнили расчет быстродействия ПК для операции умножения оператора Дирака на фермионный вектор с double precision, которая выполняется в пакетах решеточной КХД наиболее интенсивно. Быстродействие составило 62.7 GFLOPS на видеокарте GTX 980, данный показатель соответствует ~43.5% от пиковой производительности видеокарты. Соответственно, мы ожидаем, что на GPU NVIDIA K40, которой оснащен суперкомпьютер Восток-1 мы получим быстродействие в 10 раз больше, т. е. более 600 GFLOPS. Благодаря оптимизации работы с памятью, на видеокарте NVIDIA K40 с 12 GB видео памяти возможно исследовать решетки с максимальным размером  $36^4$ , что с большим запасом превышает потребности нашего проекта.

Вычисление транспортных коэффициентов на решетке связано с вычислением различных корреляторов тензора энергии-импульса. Например, для вычисления вязкости необходимо измерение коррелятора  $C(t) = \langle T_{12}(x,t) T_{12}(0,0) \rangle$ . Коррелятор может быть записан через спектральную функцию  $\rho(\omega)$ , а вязкость  $\eta$  связано с  $\rho$  через формулу Кубо  $\eta/\pi = \rho(\omega)/\omega$  в пределе нулевого значения  $\omega$ . Вычисление вязкости можно разделить на две задачи. Во-первых, необходимо измерение коррелятора тензора энергии-импульса с очень высокой точностью. во-вторых, измерив коррелятор, необходимо извлечь спектральную плотность  $\rho$  из интегрального уравнения. Известно, что ультрафиолетовые флуктуации калибровочного поля значительно ухудшают точность вычисления коррелятора  $C(t)$ . В то же время их вклад — нефизический, они не дают вклад в вязкость. Поэтому необходимо подавить ультрафиолетовые флуктуации. В рамках 1-го этапа данного проекта мы разработали несколько подходов к решению проблемы уменьшения вклада от ультрафиолетовых флуктуаций. Первый подход — использование улучшенного действия. Мы выполнили вычисления с вильсоновским и улучшенным решеточным действием для SU(2) глюодинамики и нашли, что точность вычислений коррелятора может быть улучшена на порядок, если использовать улучшенное действия. Проблема, которую предстоит решить — это перенормировка ТЭИ для улучшенного действия. Мы планируем использовать метод градиентного потока для получения перенормированного ТЭИ с улучшенным действием.

Второй подход состоит в использовании метода градиентного потока для вычисления коррелятора  $C(t)$  с перенормированным ТЭИ в случае стандартного вильсоновского действия. Такое вычисление было выполнено впервые. Мы следовали определениям и процедуре вычисления перенормированного ТЭИ, использованного в работе Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501. Для выполнения этой части проекта нами была создана компьютерная программа для выполнения процедуры градиентного потока для калибровочной группы SU(2) и вильсоновского

действия. Тестовые вычисления были выполнены на решетке  $32^3 \times 8$  для температуры  $T/T_c = 1.05$ . Использование метода градиентного потока действительно приводит к значительному уменьшению статистической погрешности. Для  $t=2$  уменьшение произошло в 3 раза, в случае  $t=3$  уменьшение погрешности еще более значительное, практически на порядок. Таким образом, использование метода градиентного потока дает очень значительный выигрыш при вычислении коррелятора  $C(t)$ , причем выигрыш растет с  $t$ . Мы ожидаем, что комбинация метода градиентного потока и улучшенного действия должно дать оптимальный метод вычисления коррелятора  $C(t)$ . Мы также исследовали метод явного подавления ультрафиолетовых степеней свободы путем выделения инфракрасных степеней свободы. Известный способ выделения инфракрасных степеней свободы заключается в фиксации максимальной абелевой калибровки и выделения абелевой или монополярной компоненты калибровочного поля или в фиксации центральной калибровки и выделении  $Z_N$  (для  $SU(N)$ ) степеней свободы. В подобном исследовании появляется также возможность проверить гипотезу, выдвинутую в работах Phys.Rev.Lett. 98 (2007) 082002 и Phys.Rev.Lett. 101 (2008) 162302, что цвето-магнитные степени свободы (монополи или вихри) ответственны за необычные свойства кварк-глюонной плазмы в области температур немного выше температуры перехода  $T_c$ .

Мы провели расчет абелевой компоненты коррелятора  $C(t)$  после фиксации максимальной абелевой калибровки. Расчет проведен на решетках  $323 \times 16$ ; статистика - 100000 конфигураций. Результат этого расчета показывает, что для абелевой компоненты коррелятора значительно уменьшается статистическая погрешность, по сравнению с обычным неабелевым коррелятором. При фитировании коррелятора для абелевой проекции с помощью модельной спектральной плотности  $\rho(\omega)$ , соответствующей гидродинамическому приближению  $\rho(\omega) = \eta \omega / \pi$ , мы обнаружили отличное согласие с данными, что подтверждается значением  $\chi^2/\text{dof}$  около 1. Таким образом, абелевая проекция описывает инфракрасное поведение теории и подавляет ультрафиолетовые вклады. Перенормировка для ТЭИ в абелевой проекции пока неизвестна. Однако, отношение  $C(t)/s^2$ , не зависит от нормировки. Мы получили, что в точке  $t=8$  эти отношения совпадают. Данный результат подтверждает предположение о том, что учет перенормировки абелевой проекции позволит вычислить вязкость кварк-глюонной плазмы. Мы планируем детально изучить перенормировку абелевой проекции коррелятора тензора энергии-импульса на следующем этапе нашего проекта.

### 3. Энтропия квантового перепутывания.

Квантовое перепутывание является замечательным явлением, впервые реализованное как парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена. Рассмотрим систему в чистом квантовом состоянии. Измерения в подсистеме  $A$  определяют результаты измерений в дополняющей подсистеме  $B$ , даже если причинно-следственная связь между двумя измерениями отсутствует. Энтропия перепутывания  $S_{\{A\}}$  подсистемы  $A$  определяется как энтропия фон Неймана, соответствующая приведенной матрице плотности  $\rho_{\{A\}}$ . Исследования энтропии перепутывания важны для случаев сложных систем с сильным взаимодействием, где свойства основного состояния не могут быть вычислены аналитически. Понятие квантового перепутывания важно для теории квантовых фазовых переходов, т.е. фазовых переходов при температуре  $T = 0$ . В физике черных дыр, рассмотрение квантового перепутывания является центральным при обсуждении информационного парадокса Хокинга, который бросает вызов согласованности общей теории относительности и квантовой механики. В последнее время появились приложения к теории поля.

Мы вычислили энтропическую  $s$ -функцию, пропорциональную производной энтропии перепутывания  $S_A$  по размеру  $L$  в  $SU(3)$  калибровочной теории. В работах, основанных на голографическом и геометрическом подходах обнаружено, что  $S_A$  проходит через квантовый фазовый переход при  $L$  порядка обратной  $\Lambda_{\text{КХД}}$ . Мы используем метод реплик и вычисляем энтропийную  $s$ -функцию численно. Метод реплик является мощным средством для вычисления энтропии перепутывания. Система разделена на две подсистемы,  $A$  и  $B$ , в  $x$ -

направлении, число узлов в x-направлении, лежащих в A и B равно L и  $N_x - L$ , соответственно. Мы обнаружили, что c-функция практически постоянна в области малых L, при  $L < 0.7$  fm. Данные показывают монотонное уменьшение c-функции при  $L > 0.7$  fm, и она согласуется с нулем при  $L = 0.88$  fm. Интересно, что критическая температура в SU(3) глюодинамике составляет  $T_c = 280$  МэВ, то есть  $1 / T_c = 0,714$  Фм. Наши результаты аналогичны поведению статического потенциала как функции расстояния между источниками.

на английском языке

The project aims at the study of the Quantum Chromodynamics (QCD) - the theory of strong interactions. It is well known that this theory has important nonperturbative effects at large distances. To get the quantitative results for the nonperturbative effects from the first principles of the quantum field theory is only possible when using the lattice regularization by means of numerical simulations on the most powerful supercomputers. Experiments in heavy-ion collisions at the collider RHIC (Brookhaven) and LHC (CERN), in which the properties of the recently discovered state of matter - the quark-gluon plasma, are perhaps the most interesting experiments in the field of elementary particle physics. To study the properties of quark-gluon plasma by theoretical methods it is necessary to carry out computations at finite temperature and finite baryon chemical potential. For finite baryon density lattice QCD is faced with the fact that the action becomes complex ("sign problem"), for this reason numerical simulations by the known methods is impossible. This project aims to solve this problem and to obtain new theoretical results for the properties of quark-gluon plasma.

As part of the 1st stage of the project a code for calculations in lattice QCD with a nonzero chemical potential was created. Such code was created by the Russian team for the first time. The code implements a hybrid Monte Carlo algorithm for the selected type of lattice action, including the possibility of non-zero (imaginary) quark chemical potential. An important property of the code is that most of the computations (over 99%) are performed on the graphics subsystem of modern computers (GPU), because first of all, this complex is designed to work on a supercomputer "Vostok 1" of FEFU.

A number of problems related to the programming for the GPU were solved. To optimize the organization of an array of structures an abstract structure `pd_t` (header file `fieldio.h`) has been developed, which can store any structure which elements are one type of data. All arrays in the developed code are stored in the structure `pd_t`, thereby achieving the maximum optimization of the global memory. To support the use of methods of "mixed precision" in the algorithms for solving linear equations the code was developed using the template technology in C++, which allows one to have templates of the same functions for different data types (float, double, long double). The code is written so that all the calculations are done on the GPU, the data transfer between the CPU and GPU is minimized. To generate a configuration with the required distribution using Monte Carlo algorithms it is necessary to generate a large number of random numbers. In the case of a graphics card from Nvidia there is a library `cuRAND`, which allows one to generate a pseudo-random sequence for each stream on the video card.

The code is written in the programming language C++ using CUDA technology from Nvidia, and is divided into the following units:

- 1) The base portion, which contains:
  - Definitions of the types and functions to work with them;
  - Functions required for optimized use their own types, placed in video memory;
  - Functions for I/O operations;
  - Auxiliary functions running on the video card;
  - Linear algebra; etc.

The total volume of this block of code - 47 thousand. Lines.

- 2) Generator of gauge field configurations.

To generate a configuration with a probability determined by the lattice QCD action the standard Hybrid

Monte Carlo algorithm for the case of two quark flavors with equal masses is used. For integrating the equations of molecular dynamics Omel'yanian integrator which gives an error in the integration of the third order has been selected. The integrator supports the use of different steps to gauge and fermion forces.

### 3) Inversion of the Dirac operator

To invert the Dirac operator an iterative method of solving systems of linear equations, namely the conjugate gradient algorithm (Conjugate Gradient, CG) is implemented. This method is applicable in the case of two flavors of quarks with degenerate masses.

4) calculation of the physical quantities. The total amount of code to calculate the observed - 3 thousand lines.

Testing the code. The total amount of test code - 8 th. lines.

In addition to testing the individual blocks and functions, the plaquette values were calculated to compare with the results which can be found in the literature. For comparison we selected Phys. Rev. D63 034 502 by collaboration CP-PACS which used the same lattice QCD action as in our project (in the case of zero chemical potential). All our results are perfectly consistent with the results given in Phys. Rev. D63 034502. Thus, we found that the code works correctly.

An important characteristic of the code is the speed. We performed the calculation of the speed for multiplication of the Dirac operator to the fermion vector with double precision, which is carried out in lattice QCD simulations is most intense. We found performance of 62.7 GFLOPS for graphics card GTX 980, this number corresponds to approximately 43.5% of the peak performance of the graphics card. Accordingly, we expect that on GPU NVIDIA K40 of the supercomputer Vostok-1 we obtain a speed 10 times greater, i.e. more than 600 GFLOPS. Due to the optimization of memory, on graphics card NVIDIA K40 with 12 GB of video memory we can study the lattice with a maximum size of  $36^4$ , which exceeds the needs of our project.

Calculation of transport coefficients on the lattice is carried out via calculation of the correlators of different energy-momentum tensor components. For example, to calculate the viscosity it is necessary to measure the correlator  $C(t) = \langle T_{12}(x, t) T_{12}(0, 0) \rangle$ . The correlator can be expressed through the spectral function of  $\rho(\omega)$ , and the viscosity  $\eta$  is related to  $\rho$  by Kubo formula  $\eta / \pi = \rho(\omega) / \omega$  in the limit of  $\omega=0$ . Calculation of viscosity can be divided into two tasks. First of all, it is necessary to measure the energy-momentum tensor correlator with very high accuracy. Secondly, it is necessary to extract the spectral density  $\rho$  from the integral equation. It is well known that ultraviolet gauge field fluctuations significantly affect the accuracy of calculating the correlator  $C(t)$ . At the same time, their contribution is unphysical, they do not contribute to the viscosity. It is therefore necessary to suppress the ultraviolet fluctuations. As part of the 1st stage of the project, we have developed several approaches to solving the problem of reducing the contribution from ultraviolet fluctuations.

The first approach - the use of an improved action. We performed calculations with improved Wilson lattice action for the SU(2) gluodynamics and found that the accuracy of the calculations of the correlator can be improved by an order of magnitude by using an improved action. The problem to be solved - a renormalization for improved action. We plan to use the method of gradient flow to compute renormalization of the energy-momentum tensor for improved action.

The second approach is to use a gradient flow method to calculate the correlator  $C(t)$  with the renormalized energy-momentum tensor in the case of a standard Wilson action. This calculation was performed for the first time. We follow a procedure described in Phys.Rev. D90 (2014) 1 011501. To perform this part of the project we created a computer program for the gradient flow for gauge group SU(2) and Wilson action. Test calculations were performed on a lattice  $3 * 32^8$  for the temperature  $T / T_c = 1.05$ . The use of gradient flow indeed leads to a significant reduction in the statistical error. For  $t = 2$  decrease of errors was by factor 3 and in the case of  $t = 3$  errors decreased even more significantly, almost by an order of magnitude. Thus, using the method of gradient flow gives a very significant gain in the calculation of the correlation function  $C(t)$ , and the gain increases with  $t$ . We expect that the

combination of the method of gradient flow and improved action is to give the best method for calculating the correlation function  $C(t)$ .

We also examined the method of the suppression of ultraviolet degrees of freedom by separating out infrared degrees of freedom. The well-known method of separating infrared degrees of freedom is to fix the maximum Abelian gauge and making Abelian projection or central gauge and making  $Z_N$  (for  $SU(N)$ ) projection. In this study, there is also an opportunity to test the hypothesis put forward in the works Phys.Rev.Lett. 98 (2007) 082002 and Phys.Rev.Lett. 101 (2008) 162302, that the color-magnetic degrees of freedom (monopoles or vortices) are responsible for the unusual properties of the quark-gluon plasma at temperatures somewhat above the transition temperature  $T_c$ .

We calculated the correlator of Abelian EMT components  $C(t)$  after fixing the maximum Abelian gauge. The calculation was performed on lattices  $323 \times 16$ ; Statistics - 100,000 configurations. The result of this calculation shows that for Abelian components correlator statistical errors are significantly reduced compared to conventional non-Abelian correlator. When fitting the correlation function for the Abelian projection by model spectral density  $\rho(\omega)$ , corresponding to the hydrodynamic approximation  $\rho(\omega) = \eta * \omega / \pi$ , we found excellent agreement with the data that was confirmed by the value of  $\chi^2 / \text{dof}$  about 1. Thus, the Abelian projection describes the infrared behavior of the theory and suppresses ultraviolet noise. Renormalization for the EMT in the Abelian projection is still unknown. However, the ratio  $C(t) / s^2$  does not depend on the normalization. We got that at  $t = 8$ , these ratios are the same. This result confirms the assumption that the computation of the renormalized Abelian projection correlator allows to calculate the viscosity of the quark-gluon plasma. We plan to study in detail the renormalization of the Abelian projection correlation energy-momentum tensor in the next phase of our project.

### 3. The entropy of quantum entanglement.

Quantum entanglement is a remarkable phenomenon, it was first implemented as Einstein-Podolsky-Rosen paradox. Consider a system of pure quantum state. Measurement in subsystem A defines the measurement results in a complementary subsystem B. The entanglement entropy  $S_A$  of A subsystem A is defined as the von Neumann entropy corresponding to the density matrix  $\rho_A$ . Study of entanglement entropy is important for the case of complex systems with strong interactions, where the properties of the ground state can not be calculated analytically. The concept of quantum entanglement is important for the theory of quantum phase transitions, i.e. phase transitions at  $T = 0$ . In the physics of black holes, quantum entanglement consideration is central in the discussion of the information Hawking paradox that challenges the consistency of general relativity and quantum mechanics. Recently there were applications to field theory.

We have calculated the entropic function proportional to the derivative of the entanglement entropy  $S_A$  with respect to size  $L$  in the  $SU(3)$  gauge theory. In the papers based on holographic and geometrical approach it was found that  $S_A$  passes through a quantum phase transition at  $L$  of the order of  $1/\Lambda_{\text{QCD}}$ . We use the replica method and calculate the entropy c-function numerically. Replica method is a powerful tool to calculate the entanglement entropy. The system is divided into two subsystems, A and B, in the  $x$ -direction, the number of sites in the  $x$ -direction, lying in A and B is  $L$  and  $N_h - L$ , respectively. We found that c-function is nearly constant at low  $L$ , when  $L < 0.7$  fm. The data show a monotonic decrease of c-function for  $L > 0.7$  fm, and it is consistent with zero when  $L = 0.88$  fm. It is interesting that the critical temperature in the  $SU(3)$  gluodynamics is  $T_c = 280$  MeV, i.e.  $1/T_c = 0,714$  fm. Our results are similar to the behavior of static potential as a function of the distance between the sources.

## 1.6. Файл с дополнительными материалами

*(при необходимости представления экспертному совету РНФ дополнительных графических материалов к отчету по проекту, файл размером до 3 Мб в формате pdf) скачать...*

**1.7. Перечень публикаций за год по результатам проекта**

*(публикации добавляются из списка зарегистрированных участниками проекта публикаций)*

**1.8. В 2015 году возникли исключительные права на результаты интеллектуальной деятельности, созданные при выполнении проекта:**

нет

## 1.9. Показатели реализации проекта

Плановые значения указываются только для показателей, предусмотренных соглашением

**Показатели кадрового состава научного коллектива** (рассчитываются как округленное до целого отношение суммы количества месяцев, в которых действовали в отчетном периоде в отношении членов научного коллектива приказы о составе научного коллектива, к количеству месяцев, в которых действовало в отчетном периоде соглашение)

Показатель	Единица измерения	2015 год	
		план	факт
Число членов научного коллектива	человек	10	10
Число исследователей в возрасте до 39 лет среди членов научного коллектива	человек	5	5
в том числе:			
кандидатов наук в возрасте до 35 лет (включительно)	человек		1
аспирантов (интернов, ординаторов) и (или) студентов очной формы обучения	человек		2
Количество лиц категории «Вспомогательный персонал»	человек		0

**Публикационные показатели реализации проекта** (нарастающим итогом, за исключением показателя «Число цитирований публикаций членов научного коллектива в научных журналах, индексируемых в международной базе данных «Сеть науки» (WeB of Science) в отчетном году, рассчитываются автоматически на основании введенных сведений о публикациях»)

Показатели публикационной активности приводятся в отношении публикаций, имеющих соответствующую ссылку на поддержку Российского научного фонда и на организацию (в последнем случае – за исключением публикаций, созданных в рамках оказания услуг сторонними организациями).

Показатель	Единица измерения	2015 год	
		план	факт
Количество публикаций по проекту членов научного коллектива в рецензируемых российских и зарубежных научных изданиях, индексируемых в базе данных «Сеть науки» (Web of Science) или «Скопус» (SCOPUS)	Ед.	0	0
Число цитирований публикаций членов научного коллектива в научных журналах, индексируемых в международной базе данных «Сеть науки» (WeB of Science) в отчетном году	Ед.	0	
Количество монографий по проекту членов научного коллектива	Ед.		0
Количество зарегистрированных результатов интеллектуальной деятельности по проекту членов научного коллектива	Ед.		0

## 1.10. Информация о представлении достигнутых научных результатов на научных мероприятиях (конференциях, симпозиумах и пр.)

(в том числе форма представления – приглашенный доклад, устное выступление, стендовый доклад и пр.)

1. А. Накамура, Lattice QCD for Baryon Rich Matter – Beyond Taylor Expansions. Quark Matter 2015 - XXV International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Кобе, Япония, 27.09 - 03.10, 2015. Устный доклад.
2. А. Николаев, Lattice simulation of two-color QCD with  $\beta_f=2$  at non-zero baryon density, Quark Matter 2015 - XXV International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Кобе, Япония, 27.09 - 03.10, 2015. Стендовый доклад.

## 1.11. Все публикации, информация о которых представлена в пункте 1.9, имеют указание на получение финансовой поддержки от Фонда:

да

Настоящим подтверждаю:

- самостоятельность и авторство текста отчета о выполнении проекта;
- что при обнародовании результатов выполненного в рамках поддержанного РНФ проекта научный коллектив ссылался на получение финансовой поддержки проекта от РНФ и на организацию, на базе которой выполнялось исследование;
- что согласен с опубликованием РНФ сведений из отчета о выполнении проекта, в том числе в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»;
- что проект не имеет других источников финансирования, кроме предусмотренных соглашением;
- что проект не является аналогичным по содержанию проекту, одновременно финансируемому из других источников.

Подпись руководителя проекта \_\_\_\_\_/А.Накамура/

Сведения о публикациях по результатам проекта  
№ 15-12-20008  
«Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной  
КХД»,  
в 2015 году

*(заполняется отдельно на каждую публикацию, имеющую соответствующую ссылку на поддержку РФФ, для формирования п. 1.7. отчета)*

*В карточке публикации все данные приводятся на языке и в форме, используемой базами данных «Сеть науки» (Web of Science), «Скопус» (Scopus) и/или РИНЦ, каждая статья упоминается только один раз (независимо от языков опубликования).*

Подпись руководителя проекта \_\_\_\_\_ /А. Накамура/

## План работы на 2016 год и ожидаемые результаты по проекту № 15-12-20008

### «Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной КХД»

#### 3.1. План работы на 2016 год

(в том числе указываются запланированные командировки по проекту), до 5 стр.

1) Будут выполнены работы по оптимизации созданного на первом этапе программного комплекса для генерации конфигураций калибровочного поля с ненулевым (мнимым) химическим потенциалом. В блоке генерации конфигураций будет добавлен preconditioning типа Хазенбуша, необходимый для генерации конфигураций с небольшими массами кварков. В блоке вычисления наблюдаемых будет разработан код для вычисления восприимчивости кирального конденсата.

2) Генерация конфигураций при мнимом химическом потенциале

Метод канонического ансамбля для решения проблемы вычислений в решеточной КХД при ненулевом барионном химическом потенциале включает в себя как необходимую часть генерацию конфигураций калибровочного поля с мнимым химическим потенциалом. В 2016 году, используя созданный на 1-м этапе программный комплекс, мы выполним такую генерацию на решетках размером от  $8^3 \times 4$  (тестовых) до  $18^3 \times 6$  (реальные расчеты) в диапазоне параметров решеточного действия, соответствующих температурам от  $0.95 T_c$  до  $2T_c$  и пионной массе  $O(1 \text{ ГэВ})$ .

3) Упрощенный метод вычисления канонического распределения  $Z_n$

Используя сгенерированные конфигурации с мнимым химическим потенциалом мы вычислим среднее  $\langle n \rangle$  - плотность числа частиц и ее восприимчивость. Аппроксимируя производящую функцию большого канонического ансамбля  $Z(\mu, T)$  несколькими членами ряда  $Z_n(T) \cdot \exp(\mu n/T)$  для мнимого  $\mu$ , мы фитируем данные для  $\langle n \rangle$  и ее восприимчивости, и вычислим  $Z_n(T)$  для малых значений  $n$ , рассматривая их как параметры фита. Далее мы используем полученные результаты для вычислений физических наблюдаемых при действительных значениях  $\mu$ : барионная плотность и ее восприимчивость, давление, киральный конденсат, производная  $Z_n(T)$  по температуре, статический потенциал, адронные массы экранирования и др.

Такой метод приближенного вычисления физических величин для ненулевого химического потенциала будет использован впервые. Мы ожидаем, что нам понадобится примерно 10 значений мнимого потенциала (в диапазоне  $0 < \mu/T < 2\pi/3$ ) при фиксированной температуре и массе кварка для получения результатов этим методом. Точность полученных результатов будет зависеть от числа значений мнимого химического потенциала, для которых мы сможем сгенерировать конфигурации калибровочного поля с достаточной статистикой. Мы сравним полученные результаты с результатами, полученными другими группами. Позднее, мы сравним их также с нашими результатами, полученными методом канонического ансамбля, обсуждаемого в следующем пункте плана.

4) Метод канонического ансамбля

Для вычисления канонического распределения  $Z_n$  методом канонического ансамбля необходимо иметь конфигурации калибровочного поля с достаточной статистикой для большого числа

значений мнимого потенциала, порядка 100, для заданных  $T$  и  $m_q$ .

Тогда мы сможем вычислить  $Z_n$ , используя численное Фурье преобразование по мнимому химическому потенциалу. В этом случае  $Z_n$  будет вычислено для  $n$  от 0 до больших значений (порядка 20), поэтому точность вычислений физических величин будет намного выше, чем в методе, описанном в предыдущем пункте. При этом необходимое компьютерное время будет намного выше, поэтому вычисления будут выполнены только для небольшого числа значений  $T$  и  $m_q$ .

#### 5) Метод канонического ансамбля для случая 2-х химических потенциалов

Мы можем рассматривать два химических потенциала независимо: барионный и зарядовый, т. е. независимые химические потенциалы для  $u$  и  $d$  кварков. Такая формулировка позволяет вычислять распределения заряда  $P(Q)$  при фиксированном значении барионного заряда  $B$  и наоборот. Такие распределения можно сравнить с экспериментальными результатами, полученными в экспериментах по столкновению тяжелых ионов. На первом этапе такие распределения были вычислены с использованием разложения для фермионного детерминанта по параметру карра (hopping parameter expansion). Мы планируем выполнить вычисления без этого приближения. Для этой цели будет необходимо генерирование конфигураций калибровочного для мнимого химического потенциала с увеличением числа точек, что означает значительное увеличение необходимого компьютерного времени. В зависимости от скорости счета будет выбран метод приближений аналогичный рассмотренному в пункте 3) или точный метод, описанный в пункте 4) для случая одного химического потенциала.

#### 6) Исследование вязкости.

Мы продолжим разработку методов вычисления корреляторов тензора энергии-импульса (ТЭИ), необходимых для вычисления вязкости. Вязкость определяется по спектральной плотности коррелятора ТЭИ, которая вычисляется из интегрального уравнения. Поэтому коррелятор ТЭИ должен быть вычислен с очень большой точностью на решетке довольно большой решетке (число узлов по 4-му направлению должно быть более 10, а число узлов по пространственным направлениям в 2-3 раза больше). В настоящий момент используемые методы позволяют набрать необходимую статистику в случае глюодинамики. Но в случае КХД с динамическими кварками возможности для набора статистики намного меньше, поэтому нужны новые методы, которые более эффективно подавляют ультрафиолетовые флуктуации. На 1-м этапе мы попробовали несколько методов: улучшенное действие, метод градиентного потока, явное выделение инфракрасных степеней свободы. В 2016 году эта деятельность будет продолжена. Мы выполним вычисление коррелятора ТЭИ для глюодинамики методом градиентного потока с большой статистикой и на решетках размером до  $48^3 \times 16$ . Полученные результаты позволят профитировать коррелятор с использованием модельной спектральной функции и вычислить сдвиговую вязкость. Заметим, что данный метод применим также и в случае решеточной КХД с динамическими кварками.

Мы продолжим исследование вклада цвето-магнитных степеней свободы в вязкость глюонной плазмы. Для этого будет выполнено вычисление коррелятора ТЭИ на конфигурациях без вихрей, полученных после фиксации центральной калибровки и дополнительного преобразования, убирающего так называемые  $P$ -вихри, с помощью метода градиентного потока. Таким образом мы получим перенормированный коррелятор и сможем его сравнить с перенормированным коррелятором, вычисленным для исходных полей. Это сравнение позволит сделать вывод о вкладе вихрей в вязкость. Например, если вязкость не изменится, будет понятно, что вихри не влияют на ее значение. Аналогичное исследование будет выполнено для монополей.

Мы также рассмотрим обратный случай - вычислим коррелятор ТЭИ на конфигурациях, в которых ликвидированы ультрафиолетовые степени свободы, а цвето-магнитные остались. Хотя в этом случае пока неясно как выполнять перенормировку, мы можем сравнить отношения  $C(t)/s^2$ , которые не зависят от нормировки, и сделать вывод о вкладе вихрей и монополей (в случае монополей — уточнить уже сделанный вывод) в вязкость.

### **3.2. Ожидаемые в конце 2016 года конкретные научные результаты**

*(форма изложения должна дать возможность провести экспертизу результатов и оценить степень выполнения заявленного в проекте плана работы), до 5 стр.*

- 1) Повышение эффективности работы ПК за счет использования более эффективного preconditioning и оптимизации других частей ПК.
- 2) Результаты для физических наблюдаемых (барионная плотность и ее восприимчивость, давление, киральный конденсат, производная  $Z_n(T)$  по температуре, статический потенциал, адронные массы экранирования) при ненулевом химическом потенциале, полученные упрощенным методом вычисления канонического распределения  $Z_n$  в широком диапазоне значений химического потенциала и температуры для нескольких значений массы кварка. Публикация результатов в журнале.
- 3) Результаты для физических наблюдаемых (барионная плотность и ее восприимчивость, давление, киральный конденсат, производная  $Z_n(T)$  по температуре, статический потенциал, адронные массы экранирования) при ненулевом химическом потенциале, полученные методом канонического ансамбля для двух значений температуры и одного значения массы кварка в широком диапазоне значений химического потенциала. 1-2 публикации в журнале.
- 4) Метод канонического ансамбля для случая 2-х химических потенциалов и первые результаты для физических наблюдаемых, полученных этим методом. Публикация в журнале.
- 5) Эффективный метод вычисления вязкости, основанный на методе градиентного потока и ее численное значение в глюодинамике. Качественный вывод о вкладе монополей и вихрей в вязкость. 1-2 публикации в журнале.

### **3.3. Файл с дополнительной информацией**

*(с графиками, фотографиями, рисунками и иной информацией о содержании проекта, при необходимости, размер до 3 Мб в формате pdf)*

Подпись руководителя проекта \_\_\_\_\_ /А.Накамура/

Запрашиваемое финансирование по проекту  
№ 15-12-20008  
«Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной  
КХД»,  
на 2016 год

**4.1. Планируемые расходы по проекту за счет средств, предоставляемых Фондом на следующий год (тыс. руб.)**

Без учета неиспользованного остатка средств гранта предыдущих лет на начало планируемого года.

№ п.п.	Направления расходования средств гранта	Сумма расходов (тыс.руб.)
	<b>ВСЕГО</b>	10000
	Вознаграждение членов научного коллектива (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды, без лиц категории «вспомогательный персонал»),	7500
	в том числе:	
	вознаграждение членов научного коллектива – исследователей в возрасте до 39 лет (включительно) Имеет информационный характер.	3500
	Вознаграждение лиц категории «вспомогательный персонал» (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	0
1	Итого вознаграждение (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	7500
2	Оплата услуг сторонних организаций Не может превышать объемов, предусмотренных соглашением на планируемый год.	0
3	Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пусконаладочные работы, обучение сотрудников и ремонт)	500
4	Расходы на приобретение материалов и комплектующих для проведения научного исследования	0
5	Иные расходы для целей выполнения проекта	1000
6	Накладные расходы организации Не могут превышать объемов, предусмотренных соглашением на планируемый год.	1000

**4.2. Расшифровка планируемых расходов**

**№ п.п. Направления расходования средств гранта, расшифровка**

- 1 Вознаграждение исполнителям проекта (с начислениями)  
(указывается сумма вознаграждения (включая руководителя, основных исполнителей и иных исполнителей, привлекаемых к выполнению работ по проекту), включая установленные законодательством Российской Федерации гарантии, отчисления по страховым взносам на обязательное пенсионное страхование, на обязательное медицинское страхование, на обязательное социальное страхование на случай временной нетрудоспособности и в связи с материнством, на обязательное социальное страхование от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний)

7500 тысяч рублей

- 2 Оплата услуг сторонних организаций на выполнение научного проекта  
(приводится перечень планируемых договоров (счетов) со сторонними организациями с указанием предмета и суммы каждого

договора)

- 3 Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пуско-наладку обучение сотрудников и ремонт)  
(представляется перечень планируемых к закупке оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования)

Система хранения данных, не менее 10 Тбайт, 500 тысяч рублей

- 4 Расходы на приобретение материалов и комплектующих для проведения научного исследования  
(представляется расшифровка запланированных материалов и комплектующих)

- 5 Иные расходы для целей выполнения проекта  
(приводится классификация иных затрат на цели выполнения проекта, в том числе - расходы на командировки, связанные с выполнением проекта или представлением результатов проекта, оплату услуг связи, транспортных услуг, иное; расходы не расшифровываются)

Планируемые командировки:

Участие в конференции 34th International Symposium on Lattice Field Theory, 24-30 July 2016, Саутгемптон, Великобритания, 3 человека, 430 тысяч рублей.

Визиты в RIKEN и Университет Токио для обсуждения проблем канонического подхода, 3 визита, 150 тысяч рублей.

Участие в конференции 12th Quark confinement and the hadron spectrum, Тессалоники, Греция, сентябрь, 2016, 3 участника, 420 тысяч рублей.

- 6 Накладные расходы организации  
(расходы не расшифровываются и не обосновываются)

1000 тысяч рублей.

Подпись руководителя проекта \_\_\_\_\_ /А. Накамура/

Подпись руководителя организации, заверенная печатью

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_  
М.П.