

Форма «Т». Титульный лист отчета (итогового отчета) о выполнении проекта

Название проекта: Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной КХД	Номер проекта: 15-12-20008	
		Код типа проекта: ВУ
		Отрасль знания: 02
Фамилия, имя, отчество (при наличии) руководителя проекта: Накамура Атсуши	Контактные телефон и e-mail руководителя проекта: +817056703512, nakamura@riise.hiroshima-u.ac.jp	
Полное и краткое название организации, через которую осуществляется финансирование проекта: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Дальневосточный федеральный университет" ДВФУ		
Объем средств, фактически полученных от РНФ в 2017 г.: 10000 тыс. руб.	Год начала проекта: 2015	Год окончания проекта: 2017
		Объем финансирования, запрошенный на 2017 год: 10000 тыс. руб.
Перечень приложений к отчету	1. Копии публикаций в соответствии с Формой 2о - 8 шт. на 16 стр. в 1 экз. <i>К печатному экземпляру отчета прикладываются только копии первой (с указанием авторов) страницы и страницы со ссылкой на поддержку от РНФ.</i>	
Гарантирую, что при подготовке отчета не были нарушены авторские и иные права третьих лиц и/или имеется согласие правообладателей на представление в РНФ материалов и их использование РНФ для проведения экспертизы и для их обнародования.		
Подпись руководителя проекта _____/А.Накамура/ Подпись руководителя организации _____/_____/		Дата подачи отчета: 11 декабря 2017 г.
Печать (при наличии) организации		

Отчет о выполнении проекта № 15-12-20008 «Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной КХД», в 2017 году

1.1. Заявленный в проекте план работы на год

Формируется в соответствии с заявкой на участие в конкурсе.

В 2017 году работа будет вестись по следующим направлениям:

1. Работа по улучшению метода разложения по хоппинг параметру. Улучшение метода извлечения Z_n коэффициентов из W_n разложения фермионного детерминанта с помощью данных при различных значениях мнимого химического потенциала.

Одной из проблем при использовании разложения по параметру хоппинга для расчета зависимости фермионного детерминанта от мнимого химического потенциала m_{qI} является проблема корректности применения процедуры ревейтинга (reweighting). Стандартно генерация конфигураций производится при нулевом значении мнимого химического потенциала, а значения средних для других m_{qI} получается с помощью ревейтинга. Мы обнаружили, что этого недостаточно для получения правильного поведения фермионного детерминанта для $m_{qI}/T > \pi/6$. Для решения этой проблемы в методе разложения по параметру хоппинга мы используем конфигурации калибровочного поля, сгенерированные для 5 -- 10 значений m_{qI} . Мы ожидаем, что это позволит правильно вычислить фермионный детерминант во всей области значений m_{qI} и получить правильные значения Z_n этим методом.

Будут выполнены работы: вычисление коэффициентов W_n в методе разложения по параметру хоппинга для 5 -- 10 значений m_{qI} для каждого значения температуры. Будет разработан метод и алгоритм на языке C++ сшивания всех полученных с помощью ревейтинга данных для фермионного детерминанта в одну функцию мнимого химического потенциала, оценена погрешность разработанного метода. Будут вычислены значения Z_n из полученной зависимости детерминанта. Ожидаем, что мы сможем получить методом разложения по параметру хоппинга корректные значения Z_n для больших значений n .

2. Повышение эффективности работы алгоритма гибридного Монте Карло. Разработка алгоритма автоматической подстройки параметров в preconditioning типа Хазенбуша.

Одной из проблем использования алгоритмов имеющих внутренние параметры является поиск оптимальных значений этих параметров. Численное нахождение собственных значений фермионного детерминанта, требуемых для выбора оптимального значения параметра в preconditioning типа Хазенбуша является трудоемкой задачей, и для получения прироста производительности мы не можем явно использовать этот метод. В рамках работ по гранту мы разработаем адаптивный алгоритм подстройки параметра, и подстройка будет происходить в период выполнения основной программы. Данный алгоритм будет основан на минимизации времени, требуемого на генерацию одной конфигурации. Используя данный алгоритм мы сможем максимально повысить быстродействие работы preconditioning типа Хазенбуша.

3. Генерация конфигураций калибровочного поля.

а) Мы продолжим использование решетки $16^3 \times 4$ при тех же значениях массы кварка и температуры, которые использовались в 2016 году. Будет значительно увеличена статистика для значений температуры $T/T_c=1.08$ и 0.99 . Будут добавлены одно или два новые значения температуры вблизи $T/T_c=1.0$.

б) Для проверки эффектов массы кварка будут генерироваться конфигурации для уменьшенного значения массы кварка на решетке того же размера.

в) Для проверки эффектов конечного шага решетки будут генерироваться конфигурации для уменьшенного шага решетки на решетках с $N_t=6$.

4. Работа по развитию и проверке нового метода вычислений канонической статсуммы, разработанного на 2-м этапе выполнения проекта.

а) Будет решена проблема аналитического продолжения в область действительных значений для интервала температур между T_c и T_{RW} , не решенная в 2016 году.

б) Будет показано, что увеличение статистики позволяет провести вычисление коэффициентов следующих членов в подгоночных функциях для обеих фаз, что особенно важно для температуры $T/T_c=0.99$.

в) Будет улучшено сравнение результатов с методом разложения по параметру хоппинга. Это станет возможным в основном благодаря улучшению точности вычислений в методе разложения по параметру хоппинга, описанному в

пункте 1 данного плана работ.

г) Пока мы используем в новом методе вычисления Z_n подгонку исходных данных для кварковой плотности некоторыми теоретически обоснованными функциями. Данная процедура вносит систематическую ошибку в результат, т.к. сглаживает поведение плотности. Заметим, что сглаженные флуктуации могут иметь маленькую амплитуду в мнимой области химического потенциала, но в действительной области они потенциально могут соответствовать большим изменениям.

Вместо подгонки мы попытаемся использовать кубический сплайн для исходных данных для кварковой плотности или прямое вычисление численного интеграла. При достаточно высокой статистике и достаточно большом числе точек, в которых вычислена кварковая плотность, мы можем получить более точные результаты для Z_n .

д) Будут вычислены кварковая плотность, ее восприимчивость и более высокие моменты, давление и плотность энергии для нескольких значений температуры ненулевым химическом потенциале до значений $m_q/T = 2$.

5. Работа по вычислению линии фазового перехода в плоскости $T - m_l$.

а) Будет улучшена точность определения линии фазового перехода в плоскости $T - m_l$ с помощью нового подхода разработанного в 2016 году, см. пункт 4) отчета о работах, выполненных в 2016 году и публикацию по результатам проекта номер 4.

б) Будет определена линия фазового перехода конфайнмент - деконфайнмент в плоскости температура - мнимый химический потенциал. Затем будет использовано аналитическое продолжение на действительные значения химического потенциала. Это известный метод, позволяющий найти линию перехода для небольших значений m_l . Мы используем его для уточнения экстраполяции давления из области $T > T_c$ в область $T < T_c$, выполняемой в новом подходе к вычислению линии фазового перехода в плоскости $T - m_l$.

в) Для вычисления линии фазового перехода в плоскости $T - m_l$ будет использован еще один способ - метод разложения по хоппинг параметру. Этот способ уже использовался ранее. Мы получим более точные результаты благодаря улучшению метода, описанному в пункте 1 плана работ. Этот способ может быть использован только для достаточно большой массы кварка. Полученные результаты будут служить проверкой результатов, полученных с помощью нового метода, который не имеет ограничений по массе кварка.

6. Нули Ли-Янга

Анализ нулей Ли-Янга является хорошим методом изучения критического поведения системы. В КХД при конечной плотности это соответствует изучению системы в комплексной плоскости значений химического потенциала.

Канонический подход позволяет нам изучать систему не только для чисто действительного или чисто мнимого химического потенциала, но и для комплексных значений. А. Накамура разработал необходимый алгоритм, применяя эту идею к данным по столкновению ядер высокой энергии, используя экспериментальные данные RHIC. (A. Nakamura and K. Nagata, 'Probing QCD phase structure using baryon multiplicity distribution', Prog. Theor. Exp Phys. 2016, 033D01)

Обнаружено, что необходимым условием при анализе нулей Ли-Янга является использование арифметики произвольной точности. А. Накамура представил предварительные результаты по анализу нулей Ли-Янга на конференциях "Theory of Hadronic Matter under Extreme Conditions, JINR, April 18, 2016 и "A new method in lattice QCD with multi-precision calculations", at annual meeting of The Japan Society for Industrial and Applied Mathematics on Sept. 11, 2016. Используя разработанный алгоритм и данные наших вычислений для $Z_n(T)$, полученные в рамках пунктов плана 4 и 5, мы выполним анализ нулей Ли-Янга в КХД с $N_f = 2$. Вид распределения нулей вблизи действительной оси активности (fugacity) указывает на порядок фазового перехода по химическому потенциалу при фиксированной температуре, что должно помочь в определении положения критической точки.

Планируемые командировки:

Участие в конференции 35th International Symposium on Lattice Field Theory, 19-24 июня 2017, Гранада, Испания, 4 человека.

Визиты в RIKEN, Университет Токио, RCNP (Осака) для обсуждения проблем канонического подхода, 4 визита.

Участие в конференции XXVI international conference Quark Matter 2017, 5 - 11 февраля, 2017, Чикаго, США, 2 участника.

1.2. Заявленные научные результаты на конец года

Формируется в соответствии с заявкой на участие в конкурсе.

1) Будет разработан улучшенный метод разложения по хоппинг параметру, позволяющий значительно повысить точность вычислений этим методом.

2) Повышение эффективности работы важных компонент алгоритма гибридного Монте Карло на 30-50%.

3) Решение проблемы аналитического продолжения к действительным значениям химического потенциала для интервала температур между T_c и T_{RW} .

- 4) Результаты для решетки физических наблюдаемых - кварковой плотности, ее восприимчивости и более высоких моментов, давления и плотности энергии для нескольких значений температуры при ненулевом химическом потенциале до значений $\mu_q/T = 2$ на решетках $16^3 \times 4$ и $18^3 \times 6$ для двух значений массы кварка.
- 5) Численные результаты, определяющие линию фазового перехода в плоскости $T - \mu$ в КХД с $N_f=2$ для значений $\mu_q/T_c < 1.5$.
- 6) Результаты анализа нулей Ли-Янга в КХД с $N_f=2$ и выводы о наличии критического поведения в изучаемой области значений температуры и химического потенциала.

1.3. Сведения о фактическом выполнении плана работы на год

(фактически проделанная работа, до 10 стр.)

1. Работа по улучшению метода разложения по хоппинг параметру. Улучшение метода извлечения Z_n коэффициентов из W_n разложения фермионного детерминанта с помощью данных при различных значениях мнимого химического потенциала.

Для вычисления Z_{GC} - статсуммы большого канонического ансамбля - для мнимых значений барионного химического потенциала μ_I были использованы два различных метода -- метод разложения по хоппинг параметру (HPE -- Hopping Parameter Expansion), и интегральный метод (интегрирование барионной плотности). Фермионный оператор Δ представим в виде $\Delta = 1 - \kappa Q$, после чего его детерминант можно разложить по хоппинг параметру κ (Hopping parameter expansion -- HPE, см. формулу (3) в дополнительном файле). От HPE легко перейти к "Winding number expansion" (WNE), с коэффициентами W_n ряда WNE.

Одной из проблем при использовании разложения по параметру хоппинга для расчета зависимости фермионного детерминанта от мнимого химического потенциала μ_I является проблема корректности применения процедуры ревейтинга (reweighting). Стандартно генерация конфигураций калибровочного поля производится при нулевом значении химического потенциала $\mu_I = 0$, а значения наблюдаемых для других μ_I получаются с помощью процедуры ревейтинга. Мы впервые показали, что этого недостаточно для получения правильного поведения фермионного детерминанта для больших значений $\mu_I/T > \pi/6$.

На рисунке 1 (см. дополнительный файл) представлена иллюстрация проблемы ревейтинга. На левом рисунке представлена фазовая структура КХД в области мнимого химического потенциала. Фазовую диаграмму можно разделить на три области -- I: $T < T_c$ (T_c -- псевдокритическая температура при нулевом μ), область не содержит никаких особенностей, II: $T_c < T < T_{RW}$ - область содержащая линию кроссовера (между секторами Z_3 значений поляковской петли L), III: $T > T_{RW}$ - область, содержащая фазовый переход первого рода при $\mu_I/T = \pi/3$, T_{RW} -- критическая температура Роберге-Вайсс. На рисунке отчетливо видна разница между I и III областями. Если посмотреть на картинку справа рисунка 1 то разницы в точке $\mu_I/T = \pi/3 \approx 1.047$ мы не найдем. Обе температуры $T_1/T_c = 0.93$ и $T_2/T_c = 1.35$ имеют схожее поведение, соответствующее области III. Из этого мы сделали вывод, что при уменьшении температуры ниже T_{RW} проблема ревейтинга усиливается.

Согласно модели адронного резонансного газа (HRG -- Hadron Resonance Gas) для температур $T < T_c$ кварковая плотность для мнимого значения химического потенциала должна себя вести как $\sin(3\mu_I/T)$. На рисунке 2 представлено сравнение HRG с методом ревейтинга. Отчетливо видно, что метод ревейтинга имеет ограничение $\mu_I/T < \pi/6$ и не работает в остальной области значений μ_I/T (проблема оверлэпа).

Для решения этой проблемы в методе разложения по параметру хоппинга мы используем конфигурации калибровочного поля, сгенерированные для 6 значений μ_I . Для каждого значения μ_I мы вычислили статсумму методом HPE. На рисунке 3 представлены результаты этой работы. Сразу же можно заметить, что поведение Z_{GC} , полученной из конфигураций калибровочного поля, сгенерированных при $\mu=0$ сильно отличается от поведения Z_{GC} , полученной из конфигураций, сгенерированных при $\mu/T = 1.0472$, что свидетельствует о проблеме оверлэпа. Для объединения всех 6 результатов для Z_{GC} в один мы воспользовались формулой (8). Это позволило впервые получить методом HPE правильную зависимость от μ_I для всех значений μ_I , см. рисунок 4. Соответственно, нам удалось значительно увеличить число правильно вычисленных коэффициентов Z_n .

Все же мы пришли к выводу, что метод HPE уступает интегральному методу. Такого рода расчеты требуют значительных вычислительных мощностей. Таким образом для 6 значений μ_I , $n_{max}=50$ с усреднением на 1000 конфигураций требуется 592,5 дней работы одной видеокарты, т.е. с нашими вычислительными мощностями (20 видеокарт) требуется 30 дней. А для $n_{max}=140$ потребуется уже 4 месяца работы нашего кластера. Для получения рисунков 3 и 4 мы использовали $n_{max}=140$ для $\mu_I/T=0$ и $n_{max}=50$ для всех остальных μ_I/T , число использованных конфигураций от 530 до 3800.

Сравнивая метод HPE с ревейтингом и интегральный метод, мы пришли к выводу, что требуемое время для метода

HPE с ревейтингом, выполненного для 6 различных μ_l , на порядок выше времени, требуемого для интегрального метода. Таким образом, было принято решение вычислительные ресурсы использовать для улучшения статистики для интегрального метода и для получения результатов для уменьшенной массы кварка.

Мы также разработали новый вариант метода HPE. Как в случае Вильсоновских фермионов, так и в случае фермионов Когута-Сасскинда фермионный оператор Δ может быть представлен в виде $\Delta(\mu) = 1 - \kappa Q$, где параметр κ - хоппинг-параметр. Рассмотрим более внимательно матрицу Q , в ней можно выделить пространственную часть Q_s и временную часть Q_t . Зависимость от Q_s можно факторизовать. Поскольку Q_s не зависит от химического потенциала, в отношении детерминантов, вычисляемых для различных значений μ , этот фактор сократится. Разложение по κ будет иметь новый вид $\det(1 - \kappa G_s Q_t) = \exp\{\text{Tr} \log(1 - \kappa G_s Q_t)\} = \exp(-\text{Tr} \sum_k \kappa^k / k (G_s Q_t)^k)$ где G_s - обратная матрица $(1 - \kappa G_s)$. Очевидно, что вклады от Q_s включены полностью в новый вариант разложения. Можно также показать, что $\text{Tr}(G_s Q_t) < \text{Tr}(Q_s + Q_t)$, благодаря чему сходимость разложения в новой формулировке будет лучше по сравнению со стандартной формулировкой. Результаты опубликованы в RTER, Volume 2017, Issue 3, 031D01.

2. Повышение эффективности работы алгоритма гибридного Монте Карло. Разработка алгоритма автоматической подстройки параметров в preconditioning типа Хазенбуша.

В 2016 году мы внедрили preconditioning типа Хазенбуша в наш компьютерный код для генерации конфигураций калибровочного поля в решеточной КХД. Основная проблема использования данного улучшения заключается в оптимальном выборе единственного параметра алгоритма ω , приводящего к максимальному ускорению (уменьшению времени, затраченного на генерацию новой конфигурации). Математически, оптимальное значение параметра ω связано с собственными значениями фермионного детерминанта. При этом поиск минимального и максимального собственного значения фермионного оператора является достаточно сложной задачей, и потенциально требует больше времени, чем мы можем выиграть при использовании данного алгоритма.

Для решения задачи поиска оптимального значения параметра ω мы разработали адаптивный алгоритм подстройки ω , которая происходит в период выполнения основной программы. Данный алгоритм основан на минимизации некоторого функционала от метрик, собираемых в период выполнения генерации конфигураций. Используя данный алгоритм, мы получили двукратное увеличение производительности работы программы с preconditioning типа Хазенбуша.

В период выполнения генерации конфигураций на каждой траектории в молекулярной динамике мы собираем 4 метрики:

средний модуль фермионной силы, среднее число итераций, требуемое для обращения фермионного оператора, время работы функций, рассчитывающих фермионную силу, отношение метрики m_3 к времени работы функций, рассчитывающих калибровочную часть силы. Алгоритм поиска оптимального ω работает следующим образом. Мы перебираем значения ω в диапазоне $[0.1, 0.7]$ с шагом $\Delta\omega = 0.005$ (121 значение ω). Выполняется N прогонов перебора (в наших запусках $N=3$) для каждого значения ω . Мы аккумулируем статистику с n траекторий (в наших запусках $n=2$). После этого мы усредняем каждую метрику ($N * n$ измерений) далее мы считаем функцию наших метрик с весовыми параметрами $r_i = \{0.5, 0.1, 0.4, 0\}$. После этого ищется значение ω при котором $f(\omega)$ минимальна, это значение ω и принимается как оптимальное.

На рисунке 5 представлена зависимость первой метрики от номера траектории. На рисунке хорошо видны все стадии поиска оптимального значения ω . Генерация конфигураций начинается с горячего старта, через 260 траекторий включается подстроечный механизм. Он делает три прохода изменения ω (sweep 1 -- 3), после чего выбирает оптимальное значение ω (tuned). Таким образом за первые 1000 траекторий мы находим оптимальное ω и используем его дальше в расчетах. Мы используем от 10000 до 40000 траекторий, т. е. процесс подстройки занимает 2.5 -- 10% времени генерации конфигураций.

3. Генерация конфигураций калибровочного поля.

В таблицах 2-4 (см. дополнительный файл) представлены все данные, которые мы имеем на текущий момент (декабрь 2017 года). В 2017 году была увеличена статистика для массы кварка с отношением масс мезонов $m_{\pi}/m_{\rho}=0.8$ для температуры $T/T_c=0.93$ в 2 раза (до 8000 конфигураций) для 20 значений мнимого химического потенциала. Была выполнена генерация конфигураций для нового значения температуры $T/T_c=1.035$ вблизи T_c . Была выполнена масштабная генерация конфигураций для значительно уменьшенной массы кварка с $m_{\pi}/m_{\rho}=0.65$. Конфигурации были сгенерированы для 6 значений температуры. Это позволило оценить эффекты массы кварка на вычисляемые величины. Выполнена генерация конфигураций для температуры $T/T_c=1.0$ на решетке $18^3 \times 6$. Это позволило оценить эффекты конечного шага решетки.

4. Работа по развитию и проверке нового метода вычислений канонической статсуммы, разработанного на 2-м этапе выполнения проекта.

а) В разработанном нами методе вычисления канонической статсуммы Z_n определяющую роль играет фитирование данных для барионной (или кварковой) плотности, вычисленной в решеточной КХД при мнимом химическом потенциале.

Ранее для интервала температур $T_c < T < T_{RW}$, где T_{RW} - температура Роберге-Вайсса, выше которой КХД при мнимом химическом потенциале имеет фазовый переход 1-го рода. Ранее мы использовали фитирование полиномом, как для температур $T > T_c$. Однако, для $T_c < T < T_{RW}$ полиномиальный фит дает удовлетворительные результаты только для интервала значений $0 < \mu_{qI} < 0.8$, т.е. не покрывает весь диапазон значений μ_{qI} . Мы показали, что в рассматриваемом интервале температур наилучшим является фит несколькими членами ряда Фурье $n_q(x) = \sum_k f_{3k} \sin(3kx)$, $x = \mu_{qI}/T$. Мы также показали, что знаки коэффициентов Фурье, называемых также вириальными коэффициентами, в этой сумме чередуются и число членов должно быть нечетным для выполнения условия положительности Z_n . Для $T/T_c = 1.08$ мы смогли вычислить 7 вириальных коэффициентов, для $T/T_c = 1.035$ - 3 вириальных коэффициента. Результаты представлены на рисунке 6.

б) С целью увеличения числа вычисленных вириальных коэффициентов в аппроксимации барионной плотности и соответственно увеличения точности вычисления Z_n мы увеличили статистику при температуре $T/T_c = 0.93$. Статистика была увеличена в 2 раза (с 4000 до 8000 измерений) для 20 (из 39) значений мнимого химического потенциала в интервале

от 0 до $\pi/3$. До увеличения статистики результаты были для первого вириального коэффициента $f_3 = 0.2611(9)$, для второго $f_6 = -0.00084(83)$. После увеличения статистики мы получили $f_3 = 0.2598(5)$, $f_6 = -0.00001(53)$. Таким образом, в результате увеличения статистики мы пришли к более сильному ограничению на значение f_6 , но не смогли его вычислить. На рисунке 7 мы показываем отношение кварковой плотности к $\sin(3x)$, $x = \mu_{qI}/T$. Из рисунка видно, что увеличение статистики в 2 раза привело к уменьшению погрешности примерно в 1.4 раза и уменьшению случайных флуктуаций данных. По-прежнему не видно систематических отклонений от константы, которые бы сигнализировали о значительном вкладе более высоких гармоник. В рамках модели газа адронных резонансов наш результат означает, что уже при температуре $T/T_c = 0.93$ взаимодействие барионов чрезвычайно подавлено. Необходимо выполнить подобные вычисления для уменьшенного шага решетки и уменьшенной массы кварка для проверки этого вывода.

в) Благодаря улучшению работы метода разложения по параметру хоппинга, описанного в пункте 1 нам впервые удалось для значения температуры в фазе конфайнмента получить методом НРЕ правильную зависимость кварковой плотности от μ_{qI} для всех значений μ_{qI} , см. рисунок 4. Соответственно, нам удалось значительно увеличить число правильно вычисленных коэффициентов Z_n .

г) Для вычисления большой канонической суммы Z_{GC} интегральным методом требуется проинтегрировать барионную плотность n_B по мнимому химическому потенциалу μ_I . Выполнять интегрирование можно разными методами: численно по исходным данным, выполнить сплайн исходных данных, а затем аналитически проинтегрировать сплайн, или использовать фит аналитической формулой. Первые два метода очень похожи математически друг на друга, но различаются в реализации. Мы проверили, что при использовании кубического сплайна для входных данных барионной плотности появляются прогрессирующие ошибки для барионной плотности, восстановленной через Z_n , начиная $\mu_I/T > 0.4$ для температуры $T = 0.93T_c$. Для температур $T < T_c$ кубический сплайн всегда давал большие ошибки для $\mu_I/T > \pi/6$. Мы пришли к выводу, что такого рода ошибки в Z_n связаны с аналитическими свойствами кубического сплайна (см. рисунок 8). Кубический сплайн имеет только две непрерывные производные и не является аналитической функцией. В то время как процедура вычисления Z_n очень чувствительна к аналитическим свойствам функции кварковой плотности.

д) Было выполнено изучение зависимости барионной плотности от массы кварка. На рисунках 10-11 представлены результаты для барионной плотности, вычисленной для мнимого химического потенциала для двух значений массы кварка. В фазе деконфайнмента при малых значениях μ_{qI}/T барионная плотность для двух масс кварков мало отличается для близких значений $T = T_c$. В то же время эффекты уменьшения массы кварка вполне заметны в диапазоне $\mu_{qI}/T > 0.8$. Как видно из рисунка 11 в фазе конфайнмента различия между результатами для двух масс кварков могут быть в основном обусловлены различиями в значениях температуры. Это предположение подтверждается сравнением вириальных коэффициентов f_k , изображенных на рисунке 12. Из этого рисунка также

следует экспоненциальное уменьшение f_k при понижении температуры. Видно более медленное убывание при уменьшении массы кварка. Сравнивая наклоны для f_3 и f_6 , мы заключаем, что наклон круче для f_6 . Это свидетельство быстрого ослабления взаимодействия между барионами в фазе конфайнмента.

Мы также вычислили коэффициенты разложения давления в ряд Тэйлора. Эти результаты показаны на рисунках 13-14 для двух масс кварка (на рисунках показаны обобщенные восприимчивости χ_{2n} , которые пропорциональны коэффициентам ряда Тэйлора P_{2n}). Зависимость от массы кварка наблюдается довольно слабая, в соответствии с выводами приведенными выше. Сравнение с результатами других групп (Phys.Rev. D95 (2017) no.5, 054504; EPJ Web Conf. 137 (2017) 07008), полученными для физической массы кварка и значительно меньшего шага решетки показывает хорошее качественное согласие для всех 3-х коэффициентов ряда Тэйлора. Количественно наши значения выше в соответствии с эффектами конечного шага решетки. Для сравнения с экспериментами по столкновениям тяжелых ионов важными величинами являются отношения коэффициентов ряда Тэйлора. Эти отношения показаны на рисунках 15-16. Мы обнаружили хорошее согласие с результатами, полученными в Phys.Rev. D95 (2017) no.5, 054504, это согласие хорошее даже количественно. Таким образом, эффекты большой массы кварка и большого шага решетки (малого обрезания по импульсу) значительно сокращаются в этих отношениях. Отсюда следует, что согласие наших результатов с экспериментальными результатами, описанное ниже, не является случайным.

Канонические статсуммы Z_n могут быть извлечены непосредственно из эксперимента по столкновению тяжелых ионов. Измеряемые в эксперименте множественности P_n имеют смысл вероятности события рождения n протонов (точнее n равно числу протонов минус число антипротонов) и непосредственным образом связаны с функциями канонического распределения: $P_n = Z_n \exp(n \mu/T)$. Используя эту связь, Z_n и $\langle \xi \rangle = \exp(\mu/T)$ были извлечены из эксперимента по столкновению тяжелых ионов RHIC в работе А. Накамура PTEP 2016, 033D01 (2016). Причем авторы сравнивают полученные результаты для различных значений энергии пучков с другими работами и делают вывод, что их данные достаточно точны (ошибка не более 5%).

Для нас важно, что таким образом экспериментальные данные по столкновению тяжелых ионов RHIC для различных энергий $\sqrt{s_{NN}}$ представлены в виде функций канонического распределения Z_n . Используя эти Z_n мы можем вычислить соответствующие значения барионной плотности и более высоких моментов для различных значений химического потенциала и сравнить нашими данными, полученными с помощью решеточных вычислений. Такое сравнение было выполнено впервые.

На рисунке 17 представлена барионная плотность полученная для различных энергий в эксперименте RHIC (например, $\sqrt{s_{NN}}=11.5$ ГэВ). Мы также представили результаты наших вычислений для двух температур $T/T_c=0.93$ (черные точки) и $T/T_c=1.35$ (красные). Из рисунка видно, что решеточные данные барионной плотности для $T > T_c$ значительно отклоняются от экспериментальных данных RHIC в то время, как решеточные данные для конфайнмента согласуются со всеми экспериментальными данными за исключением $\sqrt{s_{NN}}=11.5$ ГэВ. Следует заметить, что температура для этой энергии значительно ниже соответствующих значения для других энергий.

Ожидается, что отношения более высоких моментов λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 в экспериментах по столкновению тяжелых частиц будут хорошими параметрами порядка для изучения фазовой диаграммы КХД. Поэтому мы вычислили отношения λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 , используя экспериментальные Z_n и данные полученные на решетке, при этом сами моменты λ_m могут быть легко получены как производные от большой канонической статсуммы.

Следует отметить, что Z_n , извлеченные из эксперимента, были получены с помощью протонной множественности, а не барионной множественности, поэтому сравнивать решеточные вычисления с экспериментом не совсем корректно, однако, в первом приближении такое рассмотрение возможно. Несмотря на это приближение, для фазы конфайнмента решеточные данные для λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 очень хорошо согласуются с экспериментом, как можно видеть из рисунков 18 и 19.

Отметим важную черту всех графиков λ_2/λ_1 на рисунке 18. Вначале, с ростом μ значение λ_2/λ_1 уменьшается до единицы, далее идет участок плато и в конце значение падает до нуля. Физически изменение значений λ_2/λ_1 с единицы до нуля означает фазовый переход, однако, в нашем случае это изменение является систематической ошибкой связанной с конечным числом используемых для вычисления наблюдаемых членов Z_n и определяет доверительный интервал наших предсказаний. В отличие от барионной плотности, где эффекты конечного n_{max} начинаются, когда плотность выходит на плато, в случае λ_2/λ_1 это соответствует изменению значения с единицы на ноль. Как и в случае барионной плотности значение μ , где этот переход происходит зависит от n_{max} . Из-за того, что для экспериментальных данных RHIC было извлечено лишь не большое число Z_n , т.е. n_{max} мало, достоверная область этих данных также мала. Как видно из графика 18, $\mu_{reliable}/T \sim 1.2-2.5$ в зависимости от энергии. Повторяя подобную процедуру, т.е. изменяя

n_{\max} , мы также установили область достоверных значений для λ_4/λ_2 , которую мы оцениваем как $\mu_{\text{reliable}}/T \sim 0.3-0.45$.

Полученные результаты показывают хорошее согласие решеточных результатов для отношений кумулянтов с экспериментальными данными. Такое согласие позволяет сделать вывод, что решеточные результаты будут весьма полезны для интерпретации результатов экспериментов при поиске критической точки. Результаты были представлены на конференции Lattice 2017, Гранада, Испания и приняты к публикации в EPJ Web of Conferences.

5. Работа по вычислению линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$.

а) Суть нового подхода к вычислению линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$, разработанного в 2016 году, заключается в экстраполяции результатов для $T > T_c(\mu=0)$ (фазы деконфайнмента) и ненулевого химического потенциала

на значения $T < T_c(\mu=0)$, поскольку при ненулевом химическом потенциале область фазы деконфайнмента увеличивается

в сторону температур ниже $T_c(\mu=0)$, и определения точки перехода по равенству давления двух фаз - деконфайнмента и конфайнмента.

Для улучшения точности определения линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$ с помощью этого метода и для развития самой идеи были выполнены следующие исследования.

1) Генерация конфигураций и вычисление наблюдаемых для нового значения температуры $T/T_c=1.035$. Новое значение температуры должно было позволить улучшить точность экстраполяции. Оказалось, однако, что это значение температуры слишком близко к $T_c(\mu=0)$ и поэтому непригодно для использования в экстраполяции.

2) Экстраполяция по температуре выполнялась ранее для коэффициентов разложения давления в ряд Тэйлора, как описано нашей в работе EPJ Web Conf. 138 (2017) 02002. Для проверки самосогласованности подхода мы выполнили экстраполяцию другим способом. Экстраполяция была выполнена непосредственно для значений давления при фиксированном значении химического потенциала. Для экстраполяции использовались значения, вычисленные для трех значений температуры: $T/T_c=1.08, 1.20, 1.35$. Результаты представлены на рисунке 20. Кривые показывают результаты экстраполяции, пустые символы - значение давления в фазе конфайнмента при значениях температуры $T/T_c=0.93$ и 0.84 . Изменяя значение барионного химического потенциала мы получили кривые экстраполяции, проходящие через эти точки. Соответствующие значения кваркового химического потенциала совпадают в пределах погрешностей со значениями, полученными другим методом экстраполяции - для коэффициентов разложения давления в ряд Тэйлора.

б) Определение температуры перехода (кроссовера) для мнимого химического потенциала μ_I при температуре $T_c < T < T_{RW}$ - это известный метод определения линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$ в первом приближении по $(\mu/T)^2$. Используя восприимчивость поляковской петли мы определили значения μ_I для двух значений температуры: $T/T_c=1.08$, полученной ранее и $T/T_c=1.035$, полученной в 2017 году. Полученные значения для $(\mu_q/T_c)^2$ и $T_c(\mu_q)/T_c(\mu_q=0)$ показаны на рисунке 21 (отрицательные значения $(\mu_q/T_c)^2$ вместе с результатами, полученными с помощью экстраполяции по температуре (положительные значения $(\mu_q/T_c)^2$ и точкой $\mu_q=0$). Видно, что все точки лежат на прямой $T_c(\mu_q)/T_c(\mu_q=0) = 1 - C(\mu_q/T_c)^2$. Фит по всем точкам дал значение коэффициента $C=0.068(8)$, что отлично согласуется со значениями, полученными другими группами. Этот результат является подтверждением правильности идеи нового метода, предложенного в данном проекте. Наш результат позволяет сделать вывод о малости коэффициента при следующем члене в разложении $T_c(\mu_q)$ по степеням $(\mu_q/T_c)^2$. Заметим, что для точек, полученных с помощью нового метода мы определили погрешности, что не было сделано ранее. Погрешности в основном определяются погрешностью экстраполяции по температуре.

Результаты были представлены на конференции ICNFP2017, Крит и приняты к публикации в EPJ Web of Conferences.

в) Мы использовали еще один способ вычисления границы между фазами конфайнмента и деконфайнмента. - по максимуму температурной производной от восприимчивости барионной плотности.

Была вычислена барионная плотность при нескольких значениях (от 20 до 40) мнимого химического потенциала для семи различных значений температуры. Методом интегрирования барионной плотности с описанными ранее фитами было получено 300 коэффициентов Z_n (Z_3, Z_6, \dots, Z_{900}) для температур $T/T_c=0.84, 0.93, 1.035, 1.08$ и 100 коэффициентов Z_n для $T/T_c = 0.99, 1.2, 1.35$, которые далее использовались для расчета барионной плотности ($n_B = 3 n_q$) и её восприимчивости в области действительного химического потенциала. Стоит отметить, что полученные канонические коэффициенты Z_n восстанавливают с высокой точностью барионную плотность в области мнимого

химического потенциала. Кварковая плотность, полученная из канонических коэффициентов, изображена на рисунке 22.

Для определения положения линии перехода на фазовой диаграмме КХД в плоскости $\mu_B - T$ мы вычислили зависимость Z_n от температуры. Эта температурная зависимость для Z_n была вычислена впервые. В данной работе нами были рассмотрены 7 значений температуры, что позволяет сделать некоторые выводы. Прежде всего, при $T/T_c > 1.1$ зависимость канонических коэффициентов Z_n от температуры довольно слабая (см. рис. 23). В области $0.84 < T/T_c < 1.08$ $\log(Z_n)$ хорошо описывается кубическим сплайном для достаточно больших значений n , что позволяет выполнить интерполяцию температурной зависимости $Z_n(T)$ в области значений T вблизи T_c , которая является наиболее интересной для исследования критической линии. После температурной интерполяции была получена численно барионная восприимчивость $\chi_B(T)$ и её производная по температуре, положение пика которой рассматривалось как критическая температура $T_c(\mu_B)$ при конечном барионном химическом потенциале (для вычисления производной с достаточной точностью было использовано 1800 точек температурной интерполяции). Итоговая критическая линия $T_c(\mu_B)$ приведена на рис. 24.

Можно параметризовать критическую линию квадратичной зависимостью $T_c(\mu_B) = T_c(c - \kappa \mu_B^2/T_c^2)$

и оценить её кривизну κ . Фит наших результатов для $T_c(\mu_B)$ дает значения $c = 0.9956(15)$ и $\kappa = 0.045(2)$. Значение кривизны, полученное нами этим методом, значительно превосходит существующие оценки других групп, основанные на стандартном аналитическом продолжении или на методе разложения в ряд Тэйлора. Это значение также превышает наше значение этого коэффициента, приведенное выше: $\kappa = C/9 = 0.008(1)$. Такое различие может быть объяснено погрешностями в определении температурной зависимости коэффициентов Z_n . Работа в этом направлении будет продолжена. Результаты были представлены на конференции Lattice 2017, Гранада, Испания и приняты к публикации в EPJ Web of Conferences.

6. Нули Ли-Янга

В 1952 Ли и Янг указали на то, что фазовая структура исследуемой системы определяется нулями большой статистической суммы. Анализ нулей Ли-Янга был проведен для многих статистических систем, включая КХД. Однако, в случае КХД изучение нулей Ли-Янга было страдает неполнотой из-за проблемы знака в области действительного химического потенциала. Основной анализ до сих пор был проведен в области нулевого химического потенциала, что осложняется проблемой перекрытия: в Монте-Карло вычислениях не учитываются важные области фазового пространства. Кроме того само вычисление большой статистической суммы очень сложное, поэтому в основном был применен метод разложения по хоппинг параметру, который является хорошим приближением только в случае больших масс кварков.

Мы предложили способ решения этой проблемы, с помощью вычисления барионной плотности в области мнимого химического потенциала, где нет проблемы знака.

Мы параметризовали плотность с помощью ряда Фурье в фазе конфайнмента и с помощью полиномов в фазе деконфайнмента. С помощью этой процедуры, мы можем вычислить нули Ли-Янга. Мы исследовали зависимость нулей Ли-Янга от температуры и максимального индекса $n = n_{\max}$ у Z_n , используемых в вычислениях.

На рисунке 25 представлена зависимость нулей Ли-Янга от температуры. Для всех температур, кроме $T/T_c = 1.20$, нули Ли-Янга посчитаны для $n_{\max} = 100$. Для температуры $T/T_c = 1.20$ мы использовали $n_{\max} = 95$, т.к. Z_n становятся отрицательными при $n > 95$. Интересно, что распределение нулей Ли-Янга выше T_c значительно отличается от распределения ниже T_c . Распределение нулей Ли-Янга для температур ниже $T/T_c = 0.99$ близко к окружности, и с уменьшением температуры радиус этой окружности уменьшается (при фиксированном n_{\max}). Для температур выше $T/T_c = 1.08$ распределение значительно отличается: начиная с некоторого момента нули ложатся на окружность единичного радиуса $\chi_B = -1$. В комплексной плоскости μ_q/T эта окружность соответствует значениям $\mu_q/T = i(2k+1)\pi/3$, где k - целое число.

Следовательно, нули Ли-Янга на окружности $\chi_B = -1$ соответствуют фазовому переходу Роберге-Вайсса. Для температур $T/T_c = 1.35, 1.20, 1.08$ нули находятся близко к $\chi_B = -1$, но не достигают этой окружности. Мы думаем, что эта систематическая ошибка связана с конечным n_{\max} .

В общем случае, фазовый переход в КХД соответствует нулям Ли-Янга в пределе бесконечного объема и соответственно бесконечно большого n_{\max} . Поэтому важно исследовать зависимость нулей Ли-Янга от n_{\max} . На рисунке 26 приведены результаты расчета нулей Ли-Янга в комплексной плоскости χ_B при температуре $T/T_c = 0.84$ для различных n_{\max} . Из рисунка видно, что с увеличением n_{\max} правый угол кривой, описываемой нулями Ли-Янга, приближается к положительной части оси действительных значений χ_B , значение которого фактически определяется как нуль, в котором $\text{Im } \chi_B > 0$ и $\text{Re } \chi_B > 0$. Важной особенностью является то, что все нули Ли-Янга стремятся к точке $\text{Im } \chi_B = 0, \text{Re } \chi_B = 0$ с увеличением n_{\max} , что, в свою очередь, означает отсутствие фазового

перехода. Однако, мы знаем что при $T/T_c=0.84$ в КХД должен быть кроссовер или даже фазовый переход. Это противоречие снимается нашими приближениями. В самом деле, для данной температуры при расчете Z_n мы параметризовали барионную плотность рядом Фурье с одним синусом, что означает отсутствие фазового перехода. Аналогичные свойства нулей Ли-Янга наблюдаются для $T/T_c=0.93$ и 0.99 .
Полученные результаты готовятся к опубликованию.

7. Получено приближенное аналитическое выражение для канонической статсуммы Z_n для фазы конфайнмента для значений температуры $T > T_{RW}$, когда численные результаты для барионной плотности ρ , полученные при мнимом химическом потенциале, могут быть аппроксимированы полиномом, а затем аналитически продолжены в область действительных значений барионного химического потенциала. Для барионной плотности в большом каноническом ансамбле, таким образом, справедливо соотношение:

$$\rho(\mu) = a_1 \mu/T + a_3 (\mu/T)^3, \quad \text{где } a_1 \text{ и } a_3 \text{ известны из решеточных вычислений.}$$

Мы использовали также другое соотношение, связывающее среднее значение химического потенциала и каноническую статсумму Z_n в каноническом ансамбле:

среднее значение химического потенциала равно минус производной от $\log Z_n$ по n .

В пределе бесконечного объема мы можем объединить эти два соотношения, т.к. в этом пределе среднее значение химического потенциала в каноническом ансамбле равно значению химического потенциала в большом каноническом ансамбле и, аналогично, средняя плотность в большом каноническом ансамбле равна плотности (n/V) в каноническом ансамбле с фиксированным числом частиц n . Решая кубическое уравнение относительно μ/T и затем интегрируя второе уравнение, мы получили аналитическое выражение для Z_n , см. формулу (20). Ожидалось, что полученное аналитическое выражение для Z_n должно работать для больших n . Сравнение с численными значениями для Z_n полученными методом интегрирования до $n=300$, показало, что аналитическое выражение дает отклонение не более 0.2% даже для малых значений n . Полученное аналитическое выражение для Z_n позволяет вычислять каноническую статсумму Z_n для произвольных значений n , что позволяет, например, значительно улучшить точность вычисления нулей Янга-Миллса.

Результаты были представлены в докладах на нескольких международных совещаниях и готовятся к публикации.

8. Была продолжена работа по исследованию энтропии перепутывания, начатая на начальной стадии проекта.

Ранее мы измерили энтропию квантового перепутывания в решеточной $SU(3)$ теории Янга-Милса, Она позволяет нам исследовать динамику кварк-глюонной плазмы с новой стороны. В результате проведенного анализа этих результатов мы обнаружили, что динамика кварк-глюонной плазмы гораздо лучше описывается голографическими моделями, а не моделью Hagedorn [Nuovo Cim. Suppl. 3 (1965) 147]. Эта модель предполагает, что плотность состояний адронов растет экспоненциально с массой m резонансов.

Одним из первых важных результатов полученных в голографическом подходе является расчет транспортных коэффициентов [Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 111601 (arXiv:hep-th/0405231)]. В частности, было предсказано, что сдвиговая вязкость, которая описывает свойства кварк-глюонной плазмы в отсутствие термодинамического равновесия, должна быть мала, что находится в согласии с решеточными вычислениями [Phys. Rev. Lett. 94, Feb. (2005) 072305]. Сейчас подобная ситуация происходит с энтропией перепутывания, изучение которой может пролить свет на новые свойства кварк-глюонной материи. Ожидается, что структура основного состояния определяется энтропией перепутывания и поэтому проблема квантовых фазовых переходов привлекает большое внимание.

Выполненный нами анализ решеточных результатов для энтропии перепутывания показал самосогласованность решеточного определения этой величины. Мы также показали, что решеточные результаты противоречат модели Hagedorn фазового перехода. Мы сравнили эти результаты с голографическими моделями и нашли согласие. Результаты работы направлены для печати в Phys.Rev.Lett.

Все планируемые на год работы выполнены полностью:

да

1.4. Сведения о достигнутых конкретных научных результатах в отчетном году

(до 5 стр.)

1. Впервые показано, что в методе разложения по параметру хоппинга (HPE) использования одного значения мнимого химического потенциала недостаточно для получения правильного поведения фермионного детерминанта для больших значений $\mu/T > \pi/6$ в фазе конфайнмента ($T/T_c < 1$). Выполнены вычисления методом HPE для 6

значений мнимого химического потенциала с использованием процедуры reweighting. Методом HPE впервые получена правильная зависимость статсуммы Z_{GC} от μ_I для всех значений μ_I в фазе конфайнмента. Предложен новый вариант HPE, в котором пространственная часть оператора Дирака учитывается точно, обосновано, что такая модификация должна обеспечить улучшение сходимости метода.

2. Благодаря разработке алгоритма автоматической подстройки параметра ω в preconditioning типа Хазенбуша эффективность генерации конфигураций калибровочного поля повышена в 2 раза.

3. Найдено решение проблемы аналитического продолжения к действительным значениям химического потенциала для интервала температур между T_c и T_{RW} . Показано, что численные данные, полученные для мнимого химического потенциала лучше всего аппроксимируются рядом Фурье с большим (до 7 для исследованных значений температуры) числом членов.

4. Вычислены значения барионной плотности, ее восприимчивости и более высоких моментов, давления и плотности энергии для нескольких значений температуры при ненулевом химическом потенциале до значений $\mu_q/T = 2$ на решетках $16^3 \times 4$ для двух значений массы кварка. Увеличение статистики при температуре $T/T_c = 0.93$ позволило значительно уменьшить оценку сверху на абсолютную величину второго вириального коэффициента f_6 . В рамках модели газа адронных резонансов наш результат означает, что в фазе конфайнмента уже при температуре $T/T_c = 0.93$ взаимодействие барионов чрезвычайно подавлено. Сравнение значений барионной плотности для двух значений массы кварка позволило сделать вывод о довольно слабой зависимости от массы кварка. Обнаружено хорошее количественное согласие для отношений обобщенных восприимчивостей χ_4/χ_2 и χ_6/χ_2 результатами других групп, полученными для физической массы кварка и значительно меньшего шага решетки. Полученное согласие означает значительное сокращение систематических погрешностей в этих отношениях. Это позволило выполнить сравнение наших результатов с результатами экспериментов по столкновению тяжелых ионов RHIC. Это сравнение выявило хорошее согласие решеточных результатов для отношений кумулянтов λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 с экспериментальными данными. Такое согласие позволяет сделать вывод, что решеточные результаты будут весьма полезны для интерпретации результатов экспериментов при поиске критической точки.

5. Получены численные результаты, определяющие линию фазового перехода в плоскости $T - \mu_B$ в КХД с $N_f = 2$ для значений μ_B/T_c до 4.9. Результаты получены двумя методами. Использовался известный метод, который заключается в определении линии перехода для мнимого химического потенциала и последующего аналитического продолжения. Этим методом найдены две точки на линии фазового перехода. Другой метод предложен в рамках данного проекта. Он позволяет вычислять линию перехода для действительных значений химического потенциала. Этим методом были также найдены две точки на линии перехода. Замечательным результатом является то, что все четыре найденные точки, а также точка $(T_c; 0)$, лежат на одной кривой, описываемой уравнением $T_c(\mu_B)/T_c = 1 - C(\mu_B/T_c)^2$. Это подтверждает достоверность нового метода вычисления линии перехода. Значение константы C хорошо согласуется со значениями, полученными другими группами.

Впервые определена зависимость канонической статсуммы от температуры. Это позволило определить зависимость от температуры для статсуммы и ее производных - барионной плотности, восприимчивости, плотности энергии.

6. Вычислены нули Ли-Янга в КХД с $N_f = 2$ и определена их зависимость от температуры и числа используемых в вычислениях коэффициентов Z_n . Для вычисления нулей Ли-Янга использован метод, разработанный ранее руководителем проекта А.Накамурой. В этом методе необходимо вычисление канонической статсуммы Z_n . Чем точнее вычислены Z_n , тем точнее получаются значения для нулей Ли-Янга. Так как в нашей работе мы получили Z_n с лучшей точностью, чем ранее достигнутая в других вычислениях, то и точность вычисления нулей Ли-Янга достигнута наилучшая. Мы обнаружили нули Ли-Янга, которые соответствуют фазовому переходу Роберге-Вайса при мнимом химическом потенциале. Для действительного химического потенциала соответствующих нулей Ли-Янга не было обнаружено.

Все запланированные в отчетном году научные результаты достигнуты:

да

1.5. Описание выполненных в отчетном году работ и полученных научных результатов для публикации на сайте РФФ

на русском языке (до 3 страниц текста, также указываются ссылки на информационные ресурсы в сети Интернет (*url-адреса*), посвященные проекту)

Проект направлен на исследование теории сильных взаимодействий элементарных частиц - Квантовой хромодинамики

(КХД)

при экстремальных условиях - высокой температуре и ненулевой барионной плотности. КХД характеризуется значительными непертурбативными эффектами, результаты экспериментов по столкновениям тяжелых ионов указывают на то, что эти эффекты сильны и в изучаемой нами области параметров. В этой области параметров происходит очень интересное явление перехода адронной материи в кварк-глюонную материю. Получить количественные предсказания для таких непертурбативных эффектов из первых принципов квантовой теории поля возможно только с помощью метода решеточной регуляризации. Эта формулировка КХД, называемая решеточной КХД, позволяет прямое вычисление функционального интеграла путем численного моделирования на наиболее мощных современных суперкомпьютерах. Этот метод является основным методом, используемым при выполнении задач проекта.

В 2017 году были выполнены следующие исследования.

Для вычисления физических величин в решеточной КХД необходима эффективная компьютерная программа вычислений с помощью алгоритма гибридного Монте Карло. Мы создали такую программу в первый год нашего проекта. Программа создавалась для использования на суперкомпьютерах с гибридной архитектурой, к которым относится наш компьютер Восток-1. Мы постоянно повышаем эффективность нашей компьютерной программы. В отчетном году мы повысили эффективность использования известного метода Хазенбуша для улучшения работы алгоритма гибридного Монте Карло. Была решена задача оптимизации параметра алгоритма ω . Оптимизация этого параметра приводит к максимальному ускорению (уменьшению времени, затраченного на генерацию новой конфигурации калибровочного поля). Для решения задачи поиска оптимального значения параметра ω мы разработали адаптивный алгоритм подстройки ω , происходящей в период выполнения основной программы. Данный алгоритм основан на минимизации некоторого функционала от метрик, собираемых в период выполнения генерации конфигураций. Используя данный алгоритм, мы получили двукратное увеличение производительности работы программы с preconditioning типа Хазенбуша.

Большие усилия были направлены на развитие и применение нового метода вычислений канонической статсуммы Z_n , разработанного на 2-м этапе выполнения проекта. В частности, найдено решение проблемы аналитического продолжения к действительным значениям химического потенциала для интервала температур между T_c и T_{RW} . Показано, что численные данные, полученные для мнимого химического потенциала лучше всего фитируются рядом Фурье с большим (до 7 для исследованных значений температуры) числом членов.

Разработанный метод применен к вычислению физических величин, важных для понимания природы явлений, происходящих в кварк-глюонной материи при рассматриваемых значениях температуры и химического потенциала. Вычислены значения давления, барионной плотности, ее восприимчивости и более высоких моментов, для 13 значений температуры при ненулевом химическом потенциале до значений $m_q/T = 2$ на решетках $16^3 \times 4$ для двух значений массы кварка. Сделан вывод о довольно слабой зависимости этих физических величин от массы кварка.

Выполнено сравнение полученных результатов с результатами других групп (Германия, США, Италия), полученными для

физической массы кварка и значительно меньшего шага решетки. Это сравнение показывает хорошее качественное согласие для области значений температуры вблизи T_c и для значений химического потенциала в диапазоне, в котором работает разложение в ряд Тэйлора. Количественно наши значения отличаются в соответствии с эффектами конечного шага решетки. Для сравнения с экспериментами по столкновениям тяжелых ионов важными величинами являются отношения кумулянтов, вычисляемых как производные от барионной плотности. Для этих отношений, вычисленных при нулевом химическом потенциале, мы обнаружили хорошее количественное согласие с результатами групп, упомянутых выше. Таким образом, эффекты большой массы кварка и большого шага решетки (малого обрезания по импульсу) значительно сокращаются в этих отношениях. Отсюда следует, что мы имеем основание сравнивать наши результаты для отношений кумулянтов с результатами экспериментов по столкновению тяжелых ионов.

Мы выполнили такое сравнение наших результатов с результатами экспериментов по столкновению тяжелых ионов RHIC. Это сравнение выявило хорошее согласие решеточных результатов для отношений кумулянтов λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 с экспериментальными данными. Такое согласие позволяет сделать вывод, что решеточные результаты будут весьма полезны для интерпретации результатов экспериментов при поиске критической точки, что является одной из главных задач будущих экспериментов на строящихся установках FAIR (Дармштад, ФРГ) и NICA (Дубна).

Получены численные результаты, определяющие линию перехода адронной материи в кварк-глюонную материю в

плоскости $T - \mu_B$. Результаты получены двумя методами. Использовался известный метод, который заключается в определении линии перехода для мнимого химического потенциала и последующего аналитического продолжения. Этим методом найдены две точки на линии фазового перехода. Другой метод предложен в рамках данного проекта. Он позволяет вычислять линию перехода для действительных значений химического потенциала. Этим методом были также найдены две точки на линии перехода. Замечательным результатом является то, что все четыре найденные точки, а также точка $(T_c; 0)$,

лежат на одной кривой, описываемой уравнением $T_c(\mu_B)/T_c = 1 - C(\mu_B/T_c)^2$. Это подтверждает достоверность нового, предложенного нами метода вычисления линии перехода. Значение константы C хорошо согласуется со значениями, полученными другими группами.

Мы также впервые исследовали зависимость канонической статсуммы Z_n от температуры. Это позволило определить зависимость от температуры для давления и его производных - барионной плотности, восприимчивости, плотности энергии.

Очень важными величинами при изучении фазовой структуры любой статистической системы являются нули Ли-Янга. Мы вычислили нули Ли-Янга в решеточной КХД с $N_f=2$ и определили их зависимость от температуры и числа используемых в вычислениях коэффициентов Z_n с лучшей на сегодня точностью. Для вычисления нулей Ли-Янга использован метод, разработанный ранее руководителем проекта А.Накамурой. В этом методе необходимо вычисление канонической статсуммы Z_n . Чем точнее вычислены Z_n , тем точнее получаются значения для нулей Ли-Янга. Так как в нашей работе мы получили

Z_n с лучшей точностью, чем ранее достигнутая в других вычислениях, то и точность вычисления нулей Ли-Янга достигнута наилучшая. Мы обнаружили нули Ли-Янга, которые соответствуют фазовому переходу Роберге-Вайса при мнимом химическом потенциале. Для действительного химического потенциала соответствующих нулей Ли-Янга не было обнаружено.

Обнаружена и решена проблема вычисления барионной плотности при мнимом химическом потенциале μ_I в методе разложения по хоппинг параметру (hopping parameter expansion - HPE). Впервые показано, что в методе HPE использования одного значения мнимого химического потенциала, например, $\mu_I=0$, недостаточно для получения правильных значений фермионного детерминанта во всем диапазоне значений μ_I . Нам удалось улучшить метод HPE и впервые получить правильную зависимость статсуммы Z_{GC} от μ_I для всех значений μ_I в фазе конфайнмента. Предложен новый вариант метода HPE, в котором пространственная часть оператора Дирака учитывается точно, что должно обеспечить улучшение сходимости метода.

Работа коллектива над проектом отражена на сайте Группы компьютерного моделирования Школы Биомедицины ДВФУ:

<http://proton.ru/#tabs|GCM:Grants>

на английском языке

The project is aimed at the study of Quantum Chromodynamics (QCD) - the theory of strong interactions - under extreme conditions - high temperature and nonzero baryon density. QCD is characterized by significant nonperturbative effects at large distances, the results of heavy ion collision experiments indicate that these effects are strong in the parameter region studied by us. There is a very interesting phenomenon of the phase transition from hadronic matter to the quark-gluon plasma in this parameter region. Quantitative predictions for such nonperturbative effects from the first principles of quantum field theory are possible only with the help of the lattice regularization method. This formulation of QCD, called lattice QCD, allows a direct calculation of the functional integral by numerical simulation on the most powerful modern supercomputers. The method of lattice QCD is the main method used for the accomplishment of the project goals.

The following researches were performed in 2017:

To compute physical observables in the framework of lattice QCD an effective computing program based on the hybrid Monte Carlo calculations is needed. We created such a program in the first year of the project. The program is aimed at the calculations on the supercomputers with hybrid architecture (our cluster "Vostok-1" has this type of architecture). We are constantly improving the computing capabilities of our program.

We have increased the performance from the Hasenbusch method use In the reporting year. The optimal choice of a single parameter of the ω algorithm has been found. Optimization of this parameter leads to the maximal speedup of the computation time. To solve the problem of finding the optimal value of the parameter ω , we developed an adaptive algorithm for tuning ω , which occurs during the execution of the main program. This algorithm is based on minimizing some functional from the metrics collected during the period of the ensemble generation. Using this algorithm, we obtained a twofold increase in the performance of the program with preconditioner of the Hasenbusch type.

Huge effort were concentrated on the development and implication of the new method of Z_n computation, which was formulated on the 2nd year of the project. In particular the solution of the problem of analytic continuation to the actual values of the chemical potential for the temperature interval between T_c and T_{RW} is found. It is shown that the numerical data obtained for imaginary chemical potential are best fitted by a Fourier series with a large number (up to 7 for the investigated temperature values) of terms.

The new method of Z_n calculations was applied to the computation of physical observables which are crucial for the understanding of the nature of phenomena occurred on the quark-gluon matter at the considered values of temperature and chemical potential. The values of the baryon density, its susceptibility and higher moments, for 13 values of the temperature at non-zero chemical potential to values till $\mu_q / T = 2$ on lattices $16^3 \times 4$ for two values of the quark mass are calculated. The conclusion about noticeably weak dependence of these physical quantities on the quark mass was drawn.

A comparison of our results with the results obtained by other research groups (Germany, USA, Italy) at physical quark mass and smaller lattice spacing is made. This comparison shows good qualitative agreement for the temperature region near T_c and for the chemical potential region for the μ_q values where Taylor expansion converges well. Quantitatively our results are different due to the lattice artifacts related to the finite lattice spacing. Cumulant ratios are the crucial physical observables which are being used for the comparison with the HIC experiments results. For the ratios of cumulants computed at zero chemical potential we found good quantitative agreement with the result of research groups mentioned above. Thus the artifacts related to unphysically large quark mass and large lattice spacing (small cutoff in the momentum) are noticeably decreased in these ratios. So we may compare our results for the cumulant ratios with experimental results on the heavy ion collisions.

We performed such a comparison with the RHIC experimental results and obtained good agreement of lattice results with the experimental data for the cumulant ratios λ_2/λ_1 and λ_4/λ_2 . This agreement leads us to the conclusion that lattice results will be helpful for the interpretation of the experimental data aimed to find the critical endpoint of the QCD phase diagram, which is the main goal of future experiments like FAIR (Darmstadt, Germany) and NICA (Dubna, Russia).

The determination of the critical line between hadronic matter and QGP phases in the $T - \mu_B$ plane was performed. The results were obtained by two methods. The first one was the use of the standard technique of analytical continuation of the transition line itself from the imaginary chemical potential region to the real chemical potential region. With the help of this method we found two points on the critical line. The second method, which allows to locate the critical line the real chemical potential region, is new and was proposed in this project. With the use of the second method the two points on the critical line were also found. The noticeable result is that all 4 points in total obtained by the two methods and the point $(T_c; 0)$ are located on the one line which may be described by the parametrization $T_c(\mu_B)/T_c = 1 - C(\mu_B/T_c)^2$. This confirms the confidence of the new method (the second one) proposed by us. The value of the curvature of the critical line (C) is in the good agreement with the curvature values obtained by other research groups.

We also were the first who numerically investigated the dependence of canonical partition functions Z_n on temperature. This allowed us to obtain the temperature dependence of the pressure and its derivatives, i.e baryon density, susceptibility, energy density.

The Li-Yang zeros are very important physical probes for the study of the phase structure of any statistical system. We computed the Li-Yang zeros in the lattice QCD with $N_f = 2$ and determined its dependence on the temperature and the number of Z_n used in computations with the best precision available on the present moment. The Li-Yang zeros were computed with the use of the method, proposed and tested earlier by the project leader A. Nakamura. In this method the canonical partition functions Z_n are required, and the precision of the Li-Yang zeros location depends on the precision on the calculation of Z_n . Because in our studies we obtained Z_n with the best precision available nowadays, the precision of the Li-Yang zeros determination is also the best. We obtained the Li-Yang zeros corresponding to the Roberge-Weiss phase transition at imaginary chemical potential. For real chemical potential region we did not find the supposed Li-Yang zeros.

The problem of calculating the baryon density for an imaginary chemical potential μ_I in the method of the hopping parameter expansion is found and solved. It was shown for the first time that in the HPE method the use of one value of the imaginary chemical potential is not enough to obtain the correct behaviour of the fermionic determinant for the whole

μ region. We improved the HPE method and obtained the proper dependence of the partition function Z_{GC} on μ for all values of μ in the confinement phase for the first time. A new version of the HPE method is suggested, in which the spatial part of the Dirac operator is taken into account explicitly, which should lead to an improvement in the HPE convergence.

The work performed to fulfill the project goals is presented on the website of the Group of computational modeling (GCM) of the School of Biomedicine, FEFU:

<http://protoin.ru/#tabs|GCM:Grants>

1.6. Файл с дополнительными материалами

(при необходимости представления экспертному совету РНФ дополнительных графических материалов к отчету по проекту)

В формате pdf, размером до 3 Мб. Скачать...

1.7. Перечень публикаций за год по результатам проекта

(публикации добавляются из списка зарегистрированных участниками проекта публикаций)

1. Бойда Д.Л., Борняков В.Г., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Boйда D.L., Bornyaков V.G., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Lattice Study of QCD Phase Structure by Canonical Approach.** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

2. Борняков В., Бойда Д., Гой В., Молочков А., Накамура А., Николаев А., Захаров В.И. (Bornyaков V.G., Boyда D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **New approach to canonical partition functions computation in $N_f = 2$ lattice QCD at finite baryon density** Physical Review D (2017 г.)

3. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Иида Х., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyaков V.G., Boyда D.L., Goy V.A., Iida H., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I., Wakayama M.) **Lattice QCD at finite baryon density using analytic continuation** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

4. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Ильгенфритц Е.-М., Мартемьянов Б.В., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyaков V.G., Boyда D.L., Goy V.A., Ilgenfritz E.-M., Martemyanov B.V., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Dyons and Roberge - Weiss transition in lattice QCD.** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

5. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyaков V.G., Boyда D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Restoring canonical partition functions from imaginary chemical potential.** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

6. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyaков V.G., Boyда D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Sign problem in finite density lattice QCD** Progress of Theoretical and Experimental Physics (2017 г.)

7. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyaков V.G., Boyда D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Study of lattice QCD at finite baryon density using the canonical approach** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

8. Брагута В.В., Ильгенфритц Е.-М., Котов А.Ю., Молочков А.В., Николаев А.А. (Braguta V.V., Ilgenfritz E.-M., Kotov, A. Yu. Molochkov A.V., and A.A. Nikolaev A.A.) **Phase diagram of dense two-color QCD within lattice simulations** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

1.8. В 2017 году возникли исключительные права на результаты интеллектуальной деятельности, созданные при выполнении проекта:

да

1.8.1. Авторы РИД

Молочков А.В., Гой В.А., Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Николаев А.А.

1.8.2. Вид РИД

Программа для электронных вычислительных машин (программы для ЭВМ)

1.8.3. Название РИД

Программа для подстройки параметров численного интегратора в молекулярной динамике

1.8.4. Дата заявки на регистрацию РИД / Реквизиты (номер патента или свидетельства о государственной регистрации) документа об охране исключительных прав (при наличии)

2016-10-06 / Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017611232 от 27.01.2017

1.8.5. Перечень правообладателей

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Дальневосточный федеральный университет» (ДВФУ)

1.9. Показатели реализации проекта

Показатели кадрового состава научного коллектива (рассчитываются как округленное до целого отношение суммы количества месяцев, в которых действовали в отчетном периоде в отношении членов научного коллектива приказы о составе научного коллектива, к количеству месяцев, в которых действовало в отчетном периоде соглашение)

Плановые значения указываются только для показателей, предусмотренных соглашением.

Показатели	Единица измерения	2017 год	
		план	факт
Число членов научного коллектива	человек	10	10
Число исследователей в возрасте до 39 лет среди членов научного коллектива	человек	5	5
в том числе:			
кандидатов наук в возрасте до 35 лет (включительно)	человек		2
аспирантов (интернов, ординаторов) и (или) студентов очной формы обучения	человек		2
Количество лиц категории «Вспомогательный персонал»	человек		0

Публикационные показатели реализации проекта (значения показателей формируются автоматически на основе данных, представленных в форме 2о (накопительным итогом). Показатели публикационной активности приводятся в отношении публикаций, имеющих соответствующую ссылку на поддержку Российского научного фонда и на организацию (в последнем случае – за исключением публикаций, созданных в рамках оказания услуг сторонними организациями).

Плановые значения указываются только для показателей, предусмотренных соглашением.

Публикационные показатели реализации проекта (нарастающим итогом, за исключением показателя «Число цитирований...»)	Единица измерения	2015-2017 годы	
		план	факт
Количество публикаций по проекту членов научного коллектива в рецензируемых российских и зарубежных научных изданиях, индексируемых в базах данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (SCOPUS)	Ед.	12	14
Число цитирований публикаций членов научного коллектива в научных журналах, индексируемых в международной базе данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) в отчетном году	Ед.		12
Количество публикаций по проекту членов научного коллектива в изданиях, учитываемых в базе данных «РИНЦ»	Ед.		14
Количество монографий по проекту членов научного коллектива	Ед.		0
Количество зарегистрированных результатов интеллектуальной деятельности по проекту членов научного коллектива	Ед.		1

1.10. Информация о представлении достигнутых научных результатов на научных мероприятиях (конференциях, симпозиумах и пр.)

(в том числе форма представления – приглашенный доклад, устное выступление, стендовый доклад и пр.)

- 1) The 35th International Symposium on Lattice Field Theory, 18-24 June, 2017. Granada, Испания. Устный доклад: Restoring canonical partition functions from imaginary chemical potential.
- 2) The 35th International Symposium on Lattice Field Theory, 18-24 June, 2017. Granada, Испания. Устный доклад: Lattice Study of QCD Phase Structure by Canonical Approach.
- 3) The 15th International Workshop on QCD in eXtreme Conditions, 26 - 28 June, 2017, Pisa. Приглашенный доклад: "Canonical Approach for Exploring Finite Density QCD"
- 4) 6th International Conference on New Frontiers in Physics, Crete, Greece, 20-27 августа, 2017. Устный доклад: Lattice QCD at finite baryon density using analytic continuation.
- 5) 6th International Conference on New Frontiers in Physics, Crete, Greece, 20-27 августа, 2017. Устный доклад: Entanglement entropy in Yang-Mills theory: lattice measurements and qualitative features.
- 6) XXXIth International workshop on high energy physics „Critical points in the modern particle physics“, ИФВЭ, Протвино, 5-8 июля 2017. Устный доклад: Lattice QCD, Heavy Ion Collisions, and QCD Phase Structure.
- 7) XXXIth International workshop on high energy physics „Critical points in the modern particle physics“, ИФВЭ, Протвино, 5-8 июля 2017. Устный доклад: Lattice QCD at finite baryon density

- 8) Mini-Workshop on "Lattice and Functional Techniques for Exploration of Phase Structure and Transport Properties in Quantum Chromodynamics", ОИЯИ Дубна, 10 - 14, июля, 2017. Приглашенный доклад: QCD phase structure and heavy ion collisions.
- 9) Mini-Workshop on "Lattice and Functional Techniques for Exploration of Phase Structure and Transport Properties in Quantum Chromodynamics", ОИЯИ Дубна, 10 - 14, июля, 2017. Приглашенный доклад: Lattice QCD at finite baryonic density using imaginary chemical potential.
- 10) Гельмгольцевская международная летняя школа «КХД на решетке, структура адронов и адронная материя», ОИЯИ, Дубна, 20 августа - 02 сентября 2017. Приглашенный доклад: Lattice QCD at finite chemical potential
- 11) 4th International Workshop 'Monte Carlo methods in computer simulations of complex systems', 10-14 Октября, ДВФУ, Владивосток. Приглашенный доклад: QCD phase structure and heavy ion collisions.
- 12) 4th International Workshop 'Monte Carlo methods in computer simulations of complex systems', 10-14 Октября, ДВФУ, Владивосток. Приглашенный доклад: Lee-Yang zeros computation in lattice QCD.
- 13) 4th International Workshop 'Monte Carlo methods in computer simulations of complex systems', 10-14 Октября, ДВФУ, Владивосток. Приглашенный доклад: Towards determination of QCD phase transition line in the canonical approach.
- 14) International Workshop 'QCD at nonzero baryon density', 2-4 october, 2017, НИЦ Курчатовский институт, Москва, Приглашенный доклад: Lattice QCD study using canonical ensemble approach.
- 15) International Workshop 'QCD at nonzero baryon density', 2-4 october, 2017, НИЦ Курчатовский институт, Москва, Приглашенный доклад: Meson screening mass at finite densities from lattice QCD

1.11. Все публикации, информация о которых представлена в пункте 1.9, имеют указание на получение финансовой поддержки от Фонда:

да

1.12. Информация (при наличии) о публикациях в СМИ, посвященных результатам проекта, с упоминанием Фонда:

да

1.12.1.

Наименование СМИ

Сайт ДВФУ

Заголовок (название)

Физики из 11 стран встретились на Международной научной школе в ДВФУ

Выходные данные публикации о проекте

10.10.2017

1.12.2. Ссылка на адрес в сети Интернет (при наличии)

[https://www.dvfu.ru/news/fefu-](https://www.dvfu.ru/news/fefu-news/physicists_from_11_countries_met_at_the_international_science_school_at_the_university/?sphrase_id=421900)

[news/physicists_from_11_countries_met_at_the_international_science_school_at_the_university/?sphrase_id=421900](https://www.dvfu.ru/news/fefu-news/physicists_from_11_countries_met_at_the_international_science_school_at_the_university/?sphrase_id=421900)

1.12.1.

Наименование СМИ

журнал 'Техника Молодежи'

Заголовок (название)

Адроны кипящей Вселенной в её первое миллионолетие

Выходные данные публикации о проекте

номер 1, 2017 год, стр. 30-31

1.12.2. Ссылка на адрес в сети Интернет (при наличии)

Настоящим подтверждаю:

- самостоятельность и авторство текста отчета о выполнении проекта;
- что при обнародовании результатов выполненного в рамках поддержанного РФФИ проекта научный коллектив

ссылался на получение финансовой поддержки проекта от РНФ и на организацию, на базе которой выполнялось исследование;

- что согласен с опубликованием РНФ сведений из отчета о выполнении проекта, в том числе в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»;
- что проект не имеет других источников финансирования;
- что проект не является аналогичным* по содержанию проекту, одновременно финансируемому из других источников.

* Проекты, аналогичные по целям, задачам, объектам, предметам и методам исследований, а также ожидаемым результатам. Экспертиза на совпадение проводится экспертным советом Фонда.

Подпись руководителя проекта _____/А.Накамура/

Сведения о публикациях по результатам проекта
№ 15-12-20008
«Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной КХД»,
в 2017 году

Приводится в отношении публикаций, имеющих соответствующую ссылку на поддержку РФФ.

(заполняется отдельно на каждую публикацию, для формирования п. 1.7. отчета)

В карточке публикации все данные приводятся на языке и в форме, используемой базами данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection), «Скопус» (Scopus) и/или РИНЦ, каждая статья упоминается только один раз (независимо от языков опубликования).

1

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Бойда Д.Л., Борняков В.Г., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И.

на английском языке: Boyda D.L., Bornyakov V.G., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.

WoS Researcher ID (при наличии): A-7474-2014

Scopus AuthorID (при наличии): 7004616685

2.2. Название публикации

Lattice Study of QCD Phase Structure by Canonical Approach.

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Lattice QCD, finite baryon density, canonical ensemble, canonical partition function, quark number density, Wilson action, phase transition

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

EJ Web of Conferences

ISSN (при наличии): 2100-014X

e-ISSN (при наличии): 2100-014X

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

Месяц и год публикации: ---

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях,

положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

да

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: файл pdf, скачать

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

нет

2.11. Импакт-фактор издания

.1

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

файл pdf, скачать

2

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Борняков В., Бойда Д., Гой В., Молочков А., Накамура А., Николаев А., Захаров В.И.

на английском языке: Vornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.

WoS Researcher ID (при наличии): A-7474-2014

Scopus AuthorID (при наличии): ---

2.2. Название публикации

New approach to canonical partition functions computation in $N_f = 2$ lattice QCD at finite baryon density

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Lattice QCD, finite baryon density, canonical ensemble, quark number density

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

Physical Review D

ISSN (при наличии): 2470-0010

e-ISSN (при наличии): 2470-0029

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: да

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

D95, 094506

Месяц и год публикации: 05.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://arxiv.org/pdf/1611.04229.pdf>

2.8. DOI (при наличии)

10.1103/PhysRevD.95.094506

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

4.6

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Иида Х., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И.

на английском языке: Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Iida H., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I., Wakayama M.

WoS Researcher ID (при наличии): A-7474-2014

Scopus AuthorID (при наличии): 7004616685

2.2. Название публикации

Lattice QCD at finite baryon density using analytic continuation

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Lattice QCD, finite baryon density, analytic continuation, quark number density, generalized susceptibility, Taylor expansion

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

EPJ Web of Conferences

ISSN (при наличии): 2100-014X

e-ISSN (при наличии): 2100-014X

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

Месяц и год публикации: ---

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://arxiv.org/pdf/1712.02830.pdf>

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

да

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: файл pdf, скачать

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

.2

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

файл pdf, скачать

4

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Ильгенфритц Е.-М., Мартемьянов Б.В., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И.

на английском языке: Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Ilgenfritz E.-M., Martemyanov B.V., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.

WoS Researcher ID (при наличии): A-7474-2014

Scopus AuthorID (при наличии): 7004616685

2.2. Название публикации

Dyons and Roberge - Weiss transition in Lattice QCD.

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Lattice QCD, imaginary chemical potential, dyons, phase transition, Dirac operator

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

EPJ Web of Conferences

ISSN (при наличии): 2100-014X

e-ISSN (при наличии): 2100-014X

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

137 (2017) 03002

Месяц и год публикации: 03.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):
https://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2017/06/epjconf_conf2017_03002.pdf

2.8. DOI (при наличии)

10.1051/epjconf/201713703002

Accession Number WoS (при наличии): WOS:000404126100026

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

.1

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

5

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И.

на английском языке: Borneyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.

WoS Researcher ID (при наличии): A-7474-2014

Scopus AuthorID (при наличии): 7004616685

2.2. Название публикации

Restoring canonical partition functions from imaginary chemical potential.

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Lattice QCD, finite baryon density, canonical ensemble, quark number density, Wilson action, phase transition, hopping parameter expansion

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

EPJ Web of Conferences

ISSN (при наличии): 2100-014X

e-ISSN (при наличии): 2100-014X

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

Месяц и год публикации: ---

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://arxiv.org/pdf/1712.01515.pdf>

2.8. DOI (при наличии)

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

да

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: файл pdf, скачать

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

нет

2.11. Импакт-фактор издания

.1

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

да

В статье есть ссылка на грант JSPS. Соответствующая работа была выполнена до начала гранта РФФИ. В статье это отражено следующим образом: Work done by A. Nakamura on the theoretical formulation of Zn for comparison with experiments was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 26610072 and 15H03663

2.16. Файл с текстом публикации

файл pdf, скачать

6

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И.

на английском языке: Vornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.

WoS Researcher ID (при наличии): A-7474-2014

Scopus AuthorID (при наличии): 7004616685

2.2. Название публикации

Sign problem in finite density lattice QCD

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Lattice QCD, sign problem, hooping parameter expansion, finite density, imaginary chemical potential

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

Progress of Theoretical and Experimental Physics

ISSN (при наличии): 2050-3911

e-ISSN (при наличии): 2050-3911

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

Volume 2017, Issue 3, 031D01

Месяц и год публикации: 03.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

<https://academic.oup.com/ptep/article/2017/3/031D01/3096763>

2.8. DOI (при наличии)

10.1093/ptep/ptx018

Accession Number WoS (при наличии): ---

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

2.241

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

да

В публикации использованы результаты, полученные А. Накамура до начала работы над грантом РНФ за счет средств гранта JSPS. В публикации написано: Work done by A. Nakamura on the theoretical formulation of the Zn phase dependence on n was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 26610072 and 15H03663.

2.16. Файл с текстом публикации

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И.

на английском языке: Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.

WoS Researcher ID (при наличии): A-7474-2014

Scopus AuthorID (при наличии): 7004616685

2.2. Название публикации

Study of lattice QCD at finite baryon density using the canonical approach

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Lattice QCD, finite baryon density, canonical ensemble, quark number density, Wilson action, phase transition

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

EPJ Web of Conferences

ISSN (при наличии): 2100-014X

e-ISSN (при наличии): 2100-014X

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

137 (2017) 07017

Месяц и год публикации: 03.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

https://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2017/06/epjconf_conf2017_07017.pdf

2.8. DOI (при наличии)

10.1051/epjconf/201713707017

Accession Number WoS (при наличии): WOS:000404126100119

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

.1

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

нет

2.16. Файл с текстом публикации

2.1. Авторы публикации

на русском языке: Брагута В.В., Ильгенфритц Е.-М., Котов А.Ю., Молочков А.В., Николаев А.А.

на английском языке: Braguta V.V., Ilgenfritz E.-M., Kotov, A. Yu. Molochkov A.V., and A.A. Nikolaev A.A.

WoS Researcher ID (при наличии): ---

Scopus AuthorID (при наличии): ---

2.2. Название публикации

Phase diagram of dense two-color QCD within lattice simulations

2.3. Год публикации

2017

2.4. Ключевые слова

Two color lattice QCD, baryon density, chiral condensate, phase diagram

2.5. Вид публикации

статья

2.6. Название издания (для монографий также указываются название издательства, город)

EPJ Web of Conferences

ISSN (при наличии): 2100-014X

e-ISSN (при наличии): 2100-014X

ISBN (при наличии): ---

Издание индексируется базой данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus) и входит в первый квартиль (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по Scopus SJR: нет

2.7. Выходные данные публикации (номер, том, выпуск, страницы, реквизиты документа о регистрации исключительных прав)

Том: 137, Номер статьи: UNSP 07011

Месяц и год публикации: 03.2017

Адрес полнотекстовой электронной версии публикации (URL) в открытом источнике (при наличии):

https://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2017/06/epjconf_conf2017_07011.pdf

2.8. DOI (при наличии)

10.1051/epjconf/201713707011

Accession Number WoS (при наличии): WOS:000404126100113

Scopus EID (при наличии): ---

2.9. Принята к публикации (указывается в случае официального принятия к публикации в последующих изданиях, положительного решения о регистрации исключительных прав)

Для принятых к публикации материалов п. 2.7 не заполняется.

Письмо из редакции или издательства с извещением о принятии рукописи к публикации: ---

2.10. Издание индексируется базой данных Web of Science Core Collection

да

2.11. Импакт-фактор издания

.1

2.12. Издание индексируется базой данных Scopus

да

2.13. Издание индексируется базой данных РИНЦ

да

2.14. Публикация аффилирована с организацией

да

2.15. В публикации:

В качестве источника финансирования исследования указан грант Российского научного фонда

да

Указаны иные источники финансирования (в том числе указаны несколько грантов Российского научного фонда), помимо данного гранта Российского научного фонда

да

Неосновные работы - вычисление глюонных наблюдаемых - выполнялись не за счет данного гранта. The work of AYK and AVM was supported by RFBR grants 14-02-01185-a, 15-02-07596-a.

2.16. Файл с текстом публикации

Подпись руководителя проекта _____/А. Накамура/

Итоговый отчет о выполнении проекта
№ 15-12-20008
«Исследование кварк-глюонной плазмы методами решеточной КХД»

(представляется в последний год практической реализации проекта вместе с отчетом о выполнении проекта)

5.1. Заявленный в проекте план работы на весь срок выполнения проекта, предлагаемые методы и подходы (в соответствии с исходной заявкой на участие в конкурсе)

С самого момента формулировки К. Вильсоном в 1974 году решеточные калибровочные теории были использованы с большим успехом для изучения КХД, теории сильных взаимодействий. Значительный прогресс в последние годы включает увеличение точности вычислений как адронной структуры и ее поведения при конечной температуре, так и матричных элементов, необходимые для точной проверки Стандартной Модели.

Численное моделирование, используемое в этом проекте для вычисления физических величин в КХД, основано на формулировке решеточной регуляризации КХД, которая позволяет изучать количественно непертурбативные явления исходя из первых принципов и с контролируемой точностью. Последнее означает, что все погрешности могут быть уменьшены при увеличении времени расчетов.

В этом подходе непрерывное пространство-время заменяется дискретным пространством с Эвклидовой метрикой, в котором функциональные интегралы вычисляются с помощью Монте Карло алгоритмов – в случае теории без динамических кварков, или с помощью алгоритма Гибридного Монте Карло в теории с динамическими кварками. Алгоритм Гибридного Монте Карло соединяет в себе технику молекулярной динамики и Монте Карло алгоритм. Применение метода молекулярной динамики необходимо для того, чтобы учесть вклад фермионного детерминанта в функциональный интеграл. Монте Карло (алгоритм Метрополиса) используется после шага молекулярной динамики для того, чтобы скорректировать ошибки, которые неизбежно возникают на этом шаге. Выбор дискретизации фермионного действия не единственен. Мы проведем вычисления с улучшенным вильсоновским решеточным оператором Дирака (улучшение с помощью добавления клоуверного члена), который является наиболее эффективным в терминах минимизации эффектов конечного значения шага решетки (обратное ультрафиолетовое обрезание) при сохранении достаточно высокой скорости вычислений. Вильсоновские фермионы имеют точную симметрию между ароматами кварков, которая, как мы считаем, является большим преимуществом перед часто используемыми фермионами Когута-Сасскинда, т.к. известно, что фазовый переход при конечной температуре сильно зависит от ароматных степеней свободы. Для глюонных полей также будет использовано улучшенное действие, а именно, улучшенное действие Ивасаки, которое эффективно в терминах скорости генерации конфигураций калибровочных полей и обладает слабыми эффектами конечного шага решетки.

Прежде всего нами будет использована следующая модификация подхода, основанного на каноническом ансамбле, разработанная Накамурай:

Во-первых, вычисляется статистическая сумма для большого канонического ансамбля при мнимом значении химического потенциала, т.е. с действительным фермионным детерминантом. Затем делается Фурье преобразование, чтобы получить производящую функцию для канонического ансамбля. Накамурай с соавторами было обнаружено, что необходимым условием является то, что преобразование Фурье должно быть выполнено с очень высокой точностью, вплоть до 100 знаков после запятой. Кроме того планируется использовать два других метода вычислений с ненулевым химическим потенциалом - метод многопараметрического ревейтинга и метод разложения в ряд Тэйлора.

Используя эти инструменты, мы будем атаковать сложнейшую проблему вычисления количественных характеристик кварк-глюонной плазмы, используя подход, основанный на первых принципах квантовой теории поля - решеточную КХД при ненулевой температуре и химическом потенциале.

Для вычислений сдвиговой вязкости в формализме решеточного КХД будет использован метод, разработанный и использованный Накамурай в работе 2005 года. Мы предлагаем для улучшения этого метода использовать метод градиентного потока, что позволит значительно уменьшить статистическую погрешность. Мы также планируем использовать методы выделения топологических флуктуаций (монополи, вихри) в решеточных конфигурациях, разработанные участниками проекта (Борняков, Захаров, Накамура) для изучения вклада от таких топологических флуктуаций в величину вязкости. Кроме того, новый подход к исследованию квантовых полевых теорий через энтропию перепутывания будет развиваться в рамках данного проекта. Методы изучения этого подхода в рамках решеточных калибровочных теорий были сформулированы Захаровым и Накамурай.

План работы.

Первый год:

Основной задачей является разработка программного кода для моделирования кварк-глюонной плазмы в рамках решеточной КХД с ненулевым химическим потенциалом и его тестирование и оптимизация работы на суперкомпьютер ДВФУ "Восток-1". Детали этого кода следующие:

- а) Будет использоваться улучшенное действие для вильсоновских фермионов и для глюонного калибровочного поля.
- б) Вычисления с химическим потенциалом будут выполняться методом канонического ансамбля, методом многопараметрического ревейтинга и методом разложения в ряд Тэйлора.
- в) Программный код для алгоритма гибридного Монте Карло будет реализован с использованием современного технического приема «precondition technique» и выполним оптимизацию параметров данного метода для вычислений при конечном значении химического потенциала и конечной температуре.

2. Основные проблемы при вычислении транспортных коэффициентов связаны с маленькой величиной отношения сигнал/шум, что приводит к большим статистическим погрешностям. Мы первыми применим метод градиентного потока (gradient flow) для сглаживания ультрафиолетовых флуктуаций, что приведет к значительному улучшению отношения сигнал/шум. Вначале мы рассмотрим калибровочную группу $SU(2)$, и если данный метод будет работать, мы расширим метод на калибровочную группу до $SU(3)$.

3. Будет разработан план вычислений в решеточной глюодинамике энтропии перепутывания, выполнение которого позволит ответить на вопрос, есть ли разрыв в производной альфа-энтропии по размеру подсистемы или нет.

По результатам выполнения пунктов 1б и 1в будут готовиться публикации научных журналах с высоким импакт-фактором.

Второй год

Мы продолжим оптимизировать программный код для моделирования кварк-глюонной плазмы, используя полную мощность суперкомпьютера ДВФУ (32 TFlops), и выполним вычисления зависимости шага решетки от параметров исследуемой теории (константы связи и массы кварка). Это необходимо для определения значения температуры и других физических величин в физических единицах.

Далее мы начнем исследовать свойства кварк-глюонной плазмы, такие как, давление, плотность и восприимчивость, используя прежде всего метод канонического ансамбля. Мы также планируем вычислить адронные массы экранирования.

Мы сравним наши результаты с экспериментальными данными, полученными на установках RHIC и LHC.

Некоторые предварительные расчеты были уже сделаны Накамурой с соавторами, но они были получены на небольших решетках и с нефизически большими значениями масс кварков. Наши расчеты на достаточно больших решетках позволят получить намного более точные результаты, как в плане статистических, так и в плане систематических погрешностей. Результаты будут опубликованы в научных журналах и представлены на международных конференциях.

Третий год

Мы выполним моделирование решеточной КХД при изменении значения температуры и химического потенциала. В каждой точке, мы будем исследовать свойства кварк-глюонной плазмы. При этом мы найдем линию перехода между адронной фазой и фазой кварк-глюонной плазмы и определим тип перехода: кроссовер или фазовый переход первого рода (другие возможности также не будут исключаться из внимания). На этом шаге, используя анализ нулей Ли-Янга мы поймем критические свойства исследуемой системы. Когда мы столкнемся с нетривиальным поведением исследуемых величин, мы исследуем такие области параметров с более высокой статистикой и с небольшим размером шага по температуре и химическому потенциалу. Таким образом, мы сможем определить положение критической точки в плоскости температура - химический потенциал. Мы исследуем свойства кварк-глюонной плазмы вблизи критической точки и сравним полученные результаты с экспериментальными данными, доступными на текущий момент.

5.2. Содержание фактически проделанной работы, полученные результаты (за все годы, не более 10 стр.)

1. Программный комплекс.

В рамках 1-го этапа проекта были выполнены работы по разработке и отладке программного комплекса (ПК) для вычислений в решеточной КХД с ненулевым химическим потенциалом. ПК написан на языке программирования C++ с использованием технологии CUDA от Nvidia. ПК реализует алгоритм гибридного Монте Карло для выбранного вида решеточного действия, включая возможность ненулевого (многого) кваркового химического потенциала. Важным

свойством созданного ПК является то, что большая часть вычислительных операций (более 99 %) выполняется на графической подсистеме современных компьютеров (GPU), так как прежде всего этот комплекс предназначен для работы на суперкомпьютере «Восток 1» ДВФУ. Были решены многочисленные проблемы, связанные с особенностями программирования для GPU. В частности проблемы оптимизации работы с глобальной и локальной памятью GPU, учитывая ее архитектуру. Комплекс программ написан так, что все вычисления проводятся на GPU, передача данных между CPU и GPU минимальна. Только в случае сохранения конфигурации калибровочного поля требуется передать большой объем информации с видеокарты, но такая операция выполняется лишь один раз на одну траекторию в алгоритме гибридного Монте Карло. Подробное описание ПК было приведено в отчете за 2015 год. В 2016 и 2017 годах мы выполнили работы по оптимизации ПК.

В 2016 году программный комплекс был улучшен в четырех направлениях:

- 1) улучшена архитектура программного кода, что позволило использовать разделяемую (shared) память на видеокarte для размещения в ней локальных переменных, добавлена поддержка использования текстурного кэша а также переработана вся подсистема операторов Дирака, выполняющее действие оператора Дирака на псевдоспинорный вектор;
- 2) добавлена поддержка вычислений с плавающей запятой, целыми и рациональными числами с произвольной точностью (multiple-precision floating-point) на основе библиотеки GMP и MPFR;
- 3) добавлен preconditioning типа Хазенбуша;
- 4) добавлено вычисление дополнительных наблюдаемых: киральный конденсат и восприимчивость кирального конденсата.

В 2017 году решена проблема оптимизации работы preconditioning типа Хазенбуша. Для решения задачи поиска оптимального значения параметра ω мы разработали адаптивный алгоритм подстройки ω , которая происходит в период выполнения основной программы. Данный алгоритм основан на минимизации некоторого функционала от метрик, собираемых в период выполнения генерации конфигураций. Используя данный алгоритм, мы получили двукратное увеличение производительности работы программы с preconditioning типа Хазенбуша.

2. Генерация конфигураций калибровочного поля.

В решеточном подходе вычисление функционального интеграла происходит путем усреднения по конфигурациям калибровочного поля, сгенерированным с весом, пропорциональным больцмановскому фактору. Генерация конфигураций калибровочного поля, таким образом, является одной из основных задач и эта задача выполнялась все время, после создания ПК. В таблице 2 (см. дополнительный файл) представлены все данные, которые мы имеем на текущий момент (декабрь 2017 года). В начале расчетов мы сделали тестовые симуляции для $T/T_c = 1.35$ на решетках $8^3 \times 4$, $16^3 \times 4$ и $20^3 \times 4$. Все расчеты были выполнены на кластере Восток-1 (ДВФУ), который имеет 20 видеокарт GPU Nvidia K40. Было принято решение выбрать решетку $16^3 \times 4$ как основную. В 2016 году была выполнена генерация конфигураций для массы кварка с отношением масс мезонов $m_{\pi}/m_{\rho}=0.8$ для 6 значений температуры и 20 значений химического потенциала для каждого значения температуры. В 2017 году была увеличена статистика для $m_{\pi}/m_{\rho}=0.8$ для температуры $T/T_c=0.93$ до 8000 конфигураций для 20 значений химического потенциала. Была выполнена генерация конфигураций для нового значения температуры $T/T_c=1.035$ вблизи T_c . Была выполнена масштабная генерация конфигураций для значительно уменьшенной массы кварка с $m_{\pi}/m_{\rho}=0.65$. Конфигурации были сгенерированы для 6 значений температуры. Это позволило оценить эффекты массы кварка на вычисляемые величины.

3. Метод канонического ансамбля

Мы предложили новый подход к задаче вычисления производящего функционала для канонического ансамбля в решеточной КХД при ненулевом барионном химическом потенциале в рамках метода канонического ансамбля (публикации [2,8] в списке публикаций по результатам проекта, пункт 5.5 данного отчета). Мы называем его интегральным методом. Процедура состоит из нескольких шагов. Сначала вычисляется барионная плотность n_{q1} для мнимых значений химического потенциала. Затем, также для мнимых значений химического потенциала, вычисляется производящий функционал для большого канонического ансамбля Z_{GC} . Для этого мы использовали процедуру подгонки барионной плотности для упрощения процедуры численного интегрирования. Наконец, мы вычислили производящий функционал для канонического ансамбля Z_n , используя численное преобразование Фурье с высокой точностью вычислений.

Для проверки описанного выше метода вычисления Z_n мы выполнили моделирование решеточной КХД с $N_f=2$, используя улучшенное вильсоновское действие для кварков и улучшенное калибровочное действие Ивасаки. Мы использовали решетку размером $16^3 \times 4$ для 7 значений температуры: $T/T_c=1.35, 1.20, 1.08, 1.035$ в фазе

деконфайнмента и $T/T_c=0.99, 0.93, 0.84$ в фазе конфайнмента (T_c - температура перехода в кварк-глюонную плазму при нулевом химическом потенциале) для массы кварков, определяемой соотношением $m_{\pi}/m_{\rho}=0.8$. Все параметры решеточного действия, включая значение s_{sw} были взяты из работы коллаборации WHOT-QCD. Для расчета плотности частиц мы использовали от 1800 до 8000 конфигураций калибровочного поля для каждого значения мнимого m_i . Использовалась только каждая 10-я траектория алгоритма молекулярной динамики, сгенерированная в процессе выполнения гибридного алгоритма Монте Карло с длиной траектории равной 1. Число значений мнимого химического потенциала для каждого значения температуры варьировалось от 20 до 40. Таким образом, суммарно мы сгенерировали более 300 000 конфигураций калибровочного поля. Известно, что в приближении невзаимодействующего кварк-глюонного газа кварковая плотность описывается полиномом по химическому потенциалу. Это позволяет предположить, что в фазе деконфайнмента при достаточно высокой температуре кварковая плотность также описывается полиномом по химическому потенциалу. Для $T/T_c=1.35$ мы получили очень хороший фит данных для n_{qI} с двумя параметрами при $\chi^2/N_{dof} = 0.67$, с $N_{dof}=24$. Затем были вычислены Z_n . Интегрирование было выполнено численно с использованием библиотеки GMP (GNU Multi-Precision Library, <https://gmplib.org/>), MPFR (The GNU MPFR Library, <http://www.mpfr.org/>) и MPFR C++ (C++ интерфейс к MPFR, <http://www.holoborodko.com/pavel/mpfr/>), позволяющие проводить вычисления с большим числом значащих цифр (мы использовали до 1000). Нам удалось получить значения Z_n до $n=300$.

Для проверки точности наших вычислений мы использовали полученные значения Z_n для вычисления n_{qI} . Мы получили очень хорошее согласие с исходными данными для n_{qI} . Для всех $m_{i,qI}$ относительное отклонение для мнимой кварковой плотности не превышает 0.6%. Но решающей проверкой предложенного нами нового метода вычисления Z_n является сравнение результатов, полученных этим методом, с результатами, полученными известным методом - методом разложения по хоппинг параметру. Для вычислений методом разложения по хоппинг параметру мы использовали только 40 конфигураций при $m_{i,qI}=0$. Поэтому статистическая погрешность для результатов, полученных этим методом, сравнительно большая.

Мы обнаружили, что два независимых метода дают отличное согласие, хотя значения Z_n меняются на 20 порядков. Для всех значений n относительное отклонение результатов, полученных двумя методами, равно нулю в пределах статистической погрешности. Хотя оба метода являются приближенными, они имеют систематические погрешности разной природы и совпадение результатов не может быть случайным. Таким образом, мы можем сделать вывод, что предложенный метод работает, во всяком случае в фазе деконфайнмента. Отметим, что для нового метода нет ограничений на массу кварка, в отличие от метода разложения по хоппинг параметру. Более того, наши вычисления новым методом потребовали значительно меньше компьютерного времени (для одинаковой статистики). Наши результаты позволяют вычислить коэффициенты ряда Тейлора для кварковой плотности (а значит и для давления). Мы обнаружили замечательное согласие с результатами, полученными прямым вычислением этих коэффициентов, при этом погрешность наших результатов меньше.

Мы получили аналогичные результаты для $T/T_c=1.20$. Для $T/T_c=1.08$ и 1.035 ситуация сложнее. Эти температуры лежат ниже значения температуры Роберге-Вайса и при изменении мнимого химического потенциала система переходит из фазы деконфайнмента в фазу конфайнмента. С помощью восприимчивости поляковской петли мы определили значение для точки перехода. Известно, что при исследуемом значении массы кварка этот переход является кроссовером. В 2017 году мы решили проблему выбора правильной подгоночной функции для кварковой плотности для этого интервала температур (между T_c и T_{RW}). Мы показали, что в рассматриваемом интервале температур наилучшим является фит несколькими членами ряда Фурье $n_q(x) = \sum_k f_{\{3k\}} \sin(3x)$, $x=m_{i,qI}/T$. Мы также показали, что знаки коэффициентов Фурье, называемых также вириальными коэффициентами, в этой сумме чередуются и число членов должно быть нечетным для выполнения условия положительности Z_n . Для $T/T_c=1.08$ мы смогли вычислить 7 вириальных коэффициентов, для $T/T_c=1.035$ - 3 вириальных коэффициента.

Для фазы конфайнмента вычисления были выполнены для 3-х значений температуры. Известно, что в фазе конфайнмента модель адронных резонансов хорошо описывает термодинамические величины. Поэтому разумно использовать для подгонки плотности функцию, вытекающую из этой модели. Для мнимого химического потенциала — это ряд Фурье, с конечным числом членов. Мы обнаружили, что для $T/T_c=0.93$ и 0.84 одного члена достаточно, для $T/T_c=0.99$ необходимо два члена. Мы сравнили результаты с методом разложения по хоппинг параметру. Результаты двух методов согласуются вплоть до $n=21$. Полученное согласие подтверждает правильность нашего метода для фазы конфайнмента. Мы считаем, что разногласие для более высоких значений n объясняется недостаточной точностью вычислений Z_n в методе разложения по хоппинг параметру. Правильность нашего метода вычисления Z_n означает,

что аналитическое продолжение в область действительных значений химического потенциала достоверно вплоть до больших значений μ_q , во всяком случае находящихся за пределами области применения метода разложения в ряд Тейлора.

С целью увеличения числа вычисленных вириальных коэффициентов в аппроксимации барионной плотности и соответственно увеличения точности вычисления Z_n мы увеличили статистику при температуре $T/T_c=0.93$. Статистика была увеличена в 2 раза (с 4000 до 8000 измерений) для 20 (из 39) значений мнимого химического потенциала в интервале

от 0 до $\pi/3$. До увеличения статистики результаты были для первого вириального коэффициента $f_3=0.2611(9)$, для второго $f_6=-0.00084(83)$. После увеличения статистики мы получили $f_3=0.2598(5)$, $f_6=-0.00001(53)$. Таким образом, в результате увеличения статистики мы пришли к более сильному ограничению на значение f_6 , но не смогли его вычислить. В рамках модели газа адронных резонансов наш результат означает, что уже при температуре $T/T_c=0.93$ взаимодействие барионов чрезвычайно подавлено. Необходимо выполнить подобные вычисления для уменьшенного шага решетки и уменьшенной массы кварка для проверки этого вывода.

Было выполнено изучение зависимости барионной плотности от массы кварка. Получены результаты для барионной плотности, вычисленной для мнимого химического потенциала для двух значений массы кварка. В фазе деконфайнмента при малых значениях μ_q/T барионная плотность для двух масс кварков мало отличается для близких значений $T = T_c$. В то же время эффекты уменьшения массы кварка вполне заметны в диапазоне $\mu_q/T > 0.8$. В фазе конфайнмента различия между результатами для двух масс кварков могут быть в основном обусловлены различиями в значениях температуры. Это предположение подтверждается сравнением вириальных коэффициентов f_k . Мы также обнаружили экспоненциальное уменьшение f_k при понижении температуры. Это убывание более медленное при уменьшении массы кварка. Сравнивая наклоны для f_3 и f_6 , мы заключаем, что наклон круче для f_6 . Это свидетельство быстрого ослабления взаимодействия между барионами в фазе конфайнмента.

Мы также вычислили коэффициенты разложения давления в ряд Тейлора для двух значений массы кварка. Зависимость от массы кварка наблюдается довольно слабая. Сравнение с результатами других групп, полученными для физической массы кварка и значительно меньшего шага решетки показывает хорошее качественное согласие для всех 3-х коэффициентов ряда Тейлора. Количественно наши значения выше в соответствии с эффектами конечного шага решетки. Для сравнения с экспериментами по столкновениям тяжелых ионов важными величинами являются отношения коэффициентов ряда Тейлора. Мы обнаружили хорошее согласие с результатами, полученными в другими группами, это согласие хорошее даже количественно. Таким образом, эффекты большой массы кварка и большого шага решетки (малого обрезания по импульсу) значительно сокращаются в этих отношениях. Отсюда следует, что согласие наших результатов с экспериментальными результатами, описанное ниже, не является случайным.

Канонические статсуммы Z_n могут быть извлечены непосредственно из эксперимента по столкновению тяжелых ионов. Измеряемые в эксперименте множественности P_n имеют смысл вероятности события рождения n протонов (точнее n равно числу протонов минус число антипротонов) и непосредственным образом связаны с функциями канонического распределения: $P_n=Z_n \exp(-n \mu/T)$. Используя эту связь, Z_n и $\kappa_i = \exp(\mu/T)$ были извлечены из эксперимента по столкновению тяжелых ионов RHIC в работе А. Накамура PTER 2016, 033D01 (2016). Причем авторы сравнивают полученные результаты для различных значений энергии пучков с другими работами и делают вывод, что их данные достаточно точны (ошибка не более 5%).

Для нас важно, что таким образом экспериментальные данные по столкновению тяжелых ионов RHIC для различных энергий $\sqrt{s_{NN}}$ представлены в виде значений канонических статсумм Z_n . Используя эти Z_n мы можем вычислить соответствующие значения барионной плотности и более высоких моментов для различных значений химического потенциала и сравнить нашими данными, полученными с помощью решеточных вычислений. Такое сравнение было выполнено впервые.

Из сравнения барионной плотности видно, что решеточные данные барионной плотности для $T > T_c$ значительно отклоняются от экспериментальных данных RHIC, в то время, как решеточные данные для фазы конфайнмента согласуются со всеми экспериментальными данными за исключением случая $\sqrt{s_{NN}}=11.5$ ГэВ. Следует заметить, что температура для этой энергии значительно ниже соответствующих значения для других энергий.

Ожидается, что отношения более высоких моментов λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 в экспериментах по столкновению тяжелых частиц будут хорошими параметрами порядка для изучения фазовой диаграммы КХД. Поэтому мы вычислили отношения λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 , используя экспериментальные Z_n и данные полученные на решетке, при этом сами моменты λ_m могут быть легко получены как производные от большой канонической статсуммы.

Следует отметить, что Z_n , извлеченные из эксперимента, были получены с помощью протонной множественности, а не барионной множественности, поэтому сравнивать решеточные вычисления с экспериментом не совсем корректно, однако, в первом приближении такое рассмотрение возможно. Несмотря на это приближение, для фазы конфайнмента решеточные данные для λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 очень хорошо согласуются с экспериментом. Полученные результаты показывают хорошее согласие решеточных результатов для отношений кумулянтов с экспериментальными данными. Такое согласие позволяет сделать вывод, что решеточные результаты будут весьма полезны для интерпретации результатов экспериментов при поиске критической точки. Результаты были представлены на конференции Lattice 2017, Гранада, Испания и приняты к публикации в EPJ Web of Conferences (публикация [7]).

4. Работа по вычислению линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$.

а) Суть нового подхода к вычислению линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$, предложенного нами (публикация [4]), заключается в экстраполяции результатов для $T > T_c(\mu=0)$ (фазы деконфайнмента) и ненулевого химического потенциала на значения $T < T_c(\mu=0)$, поскольку при ненулевом химическом потенциале область фазы деконфайнмента увеличивается в сторону температур ниже $T_c(\mu=0)$, и определения точки перехода по равенству давления двух фаз - деконфайнмента и конфайнмента. Для улучшения точности определения линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$ с помощью этого метода и для развития самой идеи были выполнены следующие исследования.

- 1) Генерация конфигураций и вычисление наблюдаемых для нового значения температуры $T/T_c=1.035$. Новое значение температуры должно было позволить улучшить точность экстраполяции. Оказалось, однако, что это значение температуры слишком близко к $T_c(\mu=0)$ и поэтому непригодно для использования в экстраполяции.
- 2) Экстраполяция по температуре выполнялась ранее для коэффициентов разложения давления в ряд Тэйлора, как описано в публикации [4]. Для проверки самосогласованности подхода мы выполнили экстраполяцию другим способом. Экстраполяция была выполнена непосредственно для значений давления при фиксированном значении химического потенциала. Для экстраполяции использовались значения, вычисленные для трех значений температуры: $T/T_c=1.08, 1.20, 1.35$. Изменяя значение барионного химического потенциала мы получили кривые экстраполяции, проходящие через точки, где давление равно давлению в фазе конфайнмента. Соответствующие значения кваркового химического потенциала совпадают в пределах погрешностей со значениями, полученными другим методом экстраполяции - для коэффициентов разложения давления в ряд Тэйлора.

б) Определение температуры перехода (кроссовера) для мнимого химического потенциала μ_I при температуре $T_c < T < T_{RW}$ - это известный метод определения линии фазового перехода в плоскости $T - \mu$ в первом приближении по $(\mu/T)^2$. Используя восприимчивость поляковской петли мы определили значения μ_I для двух значений температуры: $T/T_c=1.08$, полученной ранее и $T/T_c=1.035$, полученной в 2017 году. Полученные значения для $(\mu_q/T_c)^2$ и $T_c(\mu_q)/T_c(\mu_q=0)$ могут быть представлены на одном рисунке (отрицательные значения $(\mu_q/T_c)^2$ вместе с результатами, полученными с помощью экстраполяции по температуре (положительные значения $(\mu_q/T_c)^2$) и точкой $\mu_q=0$). Оказалось, что все точки лежат на прямой $T_c(\mu_q)/T_c(\mu_q=0) = 1 - C(\mu_q/T_c)^2$. Фит по всем точкам дал значение коэффициента $C=0.068(8)$, что отлично согласуется со значениями, полученными другими группами. Этот результат является подтверждением правильности идеи нового метода, предложенного в данном проекте. Наш результат позволяет сделать вывод о малости коэффициента при следующем члене в разложении $T_c(\mu_q)$ по степеням $(\mu_q/T_c)^2$. Заметим, что для точек, полученных с помощью нового метода мы определили погрешности, что не было сделано ранее. Погрешности в основном определяются погрешностью экстраполяции по температуре.

Результаты были представлены на конференции ICNFP2017, Крит и приняты к публикации в EPJ Web of Conferences (публикация [9]).

в) Мы использовали еще один способ вычисления границы между фазами конфайнмента и деконфайнмента. - по максимуму температурной производной от восприимчивости барионной плотности.

Была вычислена барионная плотность при нескольких значениях (от 20 до 40) мнимого химического потенциала для семи различных значений температуры. Методом интегрирования барионной плотности с описанными ранее фитами было получено 300 коэффициентов Z_n ($Z_3, Z_6, \dots, Z_{\{900\}}$) для температур $T/T_c=0.84, 0.93, 1.035, 1.08$ и 100 коэффициентов Z_n для $T/T_c = 0.99, 1.2, 1.35$, которые далее использовались для расчета барионной плотности ($n_B = 3 n_q$) и её восприимчивости в области действительного химического потенциала. Стоит отметить, что полученные канонические коэффициенты Z_n восстанавливают с высокой точностью барионную плотность в области мнимого химического потенциала.

Для определения положения линии перехода на фазовой диаграмме КХД в плоскости $\mu_B - T$ мы вычислили зависимость Z_n от температуры. Эта температурная зависимость для Z_n была вычислена впервые. В данной работе нами были рассмотрены 7 значений температуры, что позволяет сделать некоторые выводы. Прежде всего, при $T/T_c > 1.1$ зависимость канонических коэффициентов Z_n от температуры довольно слабая. В области $0.84 < T/T_c < 1.08$ $\log(Z_n)$ хорошо описывается кубическим сплайном для достаточно больших значений n , что позволяет выполнить интерполяцию температурной зависимости $Z_n(T)$ в области значений T вблизи T_c , которая является наиболее интересной для исследования критической линии. После температурной интерполяции была получена численно барионная восприимчивость $\chi_B(T)$ и её производная по температуре, положение пика которой рассматривалось как критическая температура $T_c(\mu_B)$ при конечном барионном химическом потенциале (для вычисления производной с достаточной точностью было использовано 1800 точек температурной интерполяции).

Можно параметризовать критическую линию квадратичной зависимостью $T_c(\mu_B) = T_c (c - \kappa \mu_B^2 / T_c^2)$ и оценить её кривизну κ . Фит наших результатов для $T_c(\mu_B)$ дает значения $c = 0.9956(15)$ и $\kappa = 0.045(2)$. Значение кривизны, полученное нами этим методом, значительно превосходит существующие оценки других групп, основанные на стандартном аналитическом продолжении или на методе разложения в ряд Тэйлора. Это значение также превышает наше значение этого коэффициента, приведенное выше: $\kappa = C/9 = 0.008(1)$. Такое различие может быть объяснено погрешностями в определении температурной зависимости коэффициентов Z_n . Работа в этом направлении будет продолжена. Результаты были представлены на конференции Lattice 2017, Гранада, Испания и приняты к публикации в EPJ Web of Conferences (публикация [11]).

5. Нули Ли-Янга

В 1952 Ли и Янг указали на то, что фазовая структура исследуемой системы определяется нулями большой статистической суммы. Анализ нулей Ли-Янга был проведен для многих статистических систем, включая КХД. Однако, в случае КХД изучение нулей Ли-Янга было страдает неполнотой из-за проблемы знака в области действительного химического потенциала. Основной анализ до сих пор был проведен в области нулевого химического потенциала, что осложняется проблемой перекрытия: в Монте-Карло вычислениях не учитываются важные области фазового пространства. Кроме того само вычисление большой статистической суммы очень сложное, поэтому в основном был применен метод разложения по хоппинг параметру, который является хорошим приближением только в случае больших масс кварков. Мы предложили способ решения этой проблемы, с помощью вычисления барионной плотности в области мнимого химического потенциала, где нет проблемы знака.

Мы параметризовали плотность с помощью ряда Фурье в фазе конфайнмента и с помощью полиномов в фазе деконфайнмента. С помощью этой процедуры, мы можем вычислить нули Ли-Янга. Мы исследовали зависимость нулей Ли-Янга от температуры и максимального индекса $n = n_{\max}$ у Z_n , используемых в вычислениях.

Для всех температур, кроме $T/T_c = 1.20$, нули Ли-Янга посчитаны для $n_{\max} = 100$. Для температуры $T/T_c = 1.20$ мы использовали $n_{\max} = 95$, т.к. Z_n становятся отрицательными при $n > 95$. Интересно, что распределение нулей Ли-Янга выше T_c значительно отличается от распределения ниже T_c . Распределение нулей Ли-Янга для температур ниже $T/T_c = 0.99$ близко к окружности, и с уменьшением температуры радиус этой окружности уменьшается (при фиксированном n_{\max}). Для температур выше $T/T_c = 1.08$ распределение значительно отличается: начиная с некоторого момента нули ложатся на окружность единичного радиуса $\chi_B = -1$. В комплексной плоскости μ_q/T эта окружность соответствует значениям $\mu_q/T = i(2k+1)\pi/3$, где k - целое число. Следовательно, нули Ли-Янга на окружности $\chi_B = -1$ соответствуют фазовому переходу Роберге-Вайсса. Для температур $T/T_c = 1.35, 1.20, \text{ и } 1.08$ нули находятся близко к $\chi_B = -1$, но не достигают этой окружности. Мы думаем, что эта систематическая ошибка связана с конечным n_{\max} .

В общем случае, фазовый переход в КХД соответствует нулям Ли-Янга в пределе бесконечного объема и соответственно бесконечно большого n_{\max} . Поэтому важно исследовать зависимость нулей Ли-Янга от n_{\max} . Важной особенностью является то, что все нули Ли-Янга стремятся к точке $\text{Im } \chi_B = 0, \text{ Re } \chi_B = 0$ с увеличением n_{\max} , что, в свою очередь, означает отсутствие фазового перехода. Однако, мы знаем что при $T/T_c = 0.84$ в КХД должен быть кроссовер или даже фазовый переход. Это противоречие снимается нашими приближениями. В самом деле, для данной температуры при расчете Z_n мы параметризовали барионную плотность рядом Фурье с одним синусом, что означает отсутствие фазового перехода. Аналогичные свойства нулей Ли-Янга наблюдаются для $T/T_c = 0.93$ и 0.99 .

6. Энтропия квантового перепутывания.

Квантовое перепутывание является замечательным явлением, впервые реализованном как парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена. Рассмотрим систему в чистом квантовом состоянии. Измерения в подсистеме А определяют результаты измерений в дополняющей подсистеме В, даже если причинно-следственная связь между двумя

измерениями отсутствует. Энтропия перепутывания $S_{\{A\}}$ подсистемы A определяется как энтропия фон Неймана, соответствующая приведенной матрице плотности $\rho_{\{A\}}$. Исследования энтропии перепутывания важны для случаев сложных систем с сильным взаимодействием, где свойства основного состояния не могут быть вычислены аналитически. Понятие квантового перепутывания важно для теории квантовых фазовых переходов, т.е. фазовых переходов при температуре $T = 0$ (Phys. Rev.Lett. 90, 227902 (2003)). В физике черных дыр, рассмотрение квантового перепутывания является центральным при обсуждении информационного парадокса Хокинга, который бросает вызов согласованности общей теории относительности и квантовой механики. В последнее время появились приложения к теории поля. Подсистема A имеет длину l в одном из пространственных измерений.

Мы вычисляли энтропическую s -функцию, пропорциональную производной энтропии перепутывания S_A по длине l в $SU(3)$ калибровочной теории. При нулевой температуре ожидается, что для малых l , исходя из свойства асимптотической свободы, энтропийная s -функция аппроксимируется вкладом невзаимодействующих глюонов. С другой стороны, на адронном масштабе энтропийная s -функция должна отражать свойство конфайнмента. В этой области значений l нет возможности получить результат с помощью аналитического расчета. В работах, основанных на голографическом и геометрическом подходах обнаружено, что $S_{\{A\}}$ проходит через квантовый фазовый переход при l порядка обратной константы КХД $\Lambda_{\text{КХД}}$ (JHEP 1205 (2012) 032). Мы используем метод реплик (Nucl. Phys. B802, 458 (2008)) и вычисляем энтропийную s -функцию численно. Метод реплик является мощным средством для вычисления энтропии перепутывания. Система разделена на две подсистемы, A и B , в x -направлении, число узлов в x -направлении, лежащих в A и B равно l и $N_x - l$, соответственно.

Мы обнаружили, что s -функция практически постоянна в области малых l : при $l < 0.7$ fm. Наши результаты показывают монотонное уменьшение s -функции при $l > 0.7$ fm и она согласуется с нулевым значением при $l = 0.88$ fm. Интересно, что критическая температура в $SU(3)$ глюодинамике составляет $T_c = 280$ МэВ, то есть $1/T_c = 0,714$ Фм. Наши результаты аналогичны поведению статического потенциала как функции расстояния между источниками. На малых l наблюдаемое значение энтропийной s -функции можно понять достаточно хорошо с точки зрения степеней свободы глюонов.

7. Вязкость

Вычисление транспортных коэффициентов на решетке связано с вычислением различных корреляторов тензора энергии-импульса. Например, для вычисления вязкости необходимо измерение коррелятора $C(t) = \langle T_{12}(x,t) T_{12}(0,0) \rangle$. Коррелятор может быть записан через спектральную функцию $\rho(\omega)$, а вязкость η связано с ρ через формулу Кубо $\eta/\pi = \rho(\omega)/\omega$ в пределе нулевого значения ω . Вычисление вязкости можно разделить на две задачи. Во-первых, необходимо измерение коррелятора тензора энергии-импульса с очень высокой точностью. во-вторых, измерив коррелятор, необходимо извлечь спектральную плотность ρ из интегрального уравнения. Известно, что ультрафиолетовые флуктуации калибровочного поля значительно ухудшают точность вычисления коррелятора $C(t)$. В то же время их вклад — нефизический, они не дают вклад в вязкость. Поэтому естественно попытаться подавить ультрафиолетовые флуктуации. В рамках данного проекта мы разработали несколько подходов к решению проблемы уменьшения вклада от ультрафиолетовых флуктуаций. Первый подход — использование улучшенного действия. Мы выполнили вычисления с вильсоновским и улучшенным решеточным действием для $SU(2)$ глюодинамики и нашли, что точность вычислений коррелятора может быть улучшена на порядок, если использовать улучшенное действие. Проблема, которую предстоит решить — это перенормировка ТЭИ для улучшенного действия. Мы использовали метод градиентного потока (JHEP 1008 (2010) 071) для вычисления коррелятора $C(t)$ с перенормированным ТЭИ (PTEP 2013 (2013) 083B03) в случае стандартного вильсоновского действия. Такое вычисление было выполнено впервые. Мы следовали определениям и процедуре вычисления перенормированного ТЭИ, использованного в работе Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501. Для выполнения этой части проекта нами была создана компьютерная программа для выполнения процедуры градиентного потока для калибровочной группы $SU(2)$ и вильсоновского действия. В качестве метода численного интегрирования уравнений градиентного потока была выбрана схема Рунге-Кутты 4-го порядка. В процессе сглаживания программа вычисляет коррелятор заданных компонент ТЭИ, компоненты ТЭИ на отдельных временных слоях, топологический заряд и действие (в качестве решеточного определения тензора глюонного поля взято стандартное 'клеверное' выражение). Тестовые вычисления были выполнены на решетке $32^3 \times 8$ для температуры $T/T_c = 1.05$. Перенормированный ТЭИ получается из ТЭИ, вычисленного при различных значениях параметра ('времени') градиентного потока τ , в пределе $\tau \rightarrow 0$. Вычисление этого предела является непростой задачей и требует проверки эффектов конечного объема, которая нами пока не была выполнена. В качестве предельного значения для ТЭИ в работе Phys.Rev. D90 (2014) 1, 011501 выбиралось значение ТЭИ на плато, найденном при малых τ в интервале $\tau_{\min} < \tau < \tau_{\max}$. Мы обнаружили, что значение коррелятора $C(t, \tau)$ также имеет плато для достаточно больших значений t . Мы обнаружили, что использование метода градиентного потока действительно приводит к значительному уменьшению статистической

погрешности. Для $t=2$ уменьшение произошло в 3 раза, что эквивалентно уменьшению необходимой статистики на порядок. В случае $t=3$ уменьшение погрешности еще более значительное, практически на порядок. Таким образом, использование метода градиентного потока дает очень значительный выигрыш при вычислении коррелятора $C(t)$, причем выигрыш растет с t . Комбинация метода градиентного потока и улучшенного действия должно дать оптимальный метод вычисления коррелятора $C(t)$.

Мы также исследовали метод явного подавления ультрафиолетовых степеней свободы путем выделения инфракрасных степеней свободы. Известный способ выделения инфракрасных степеней свободы заключается в фиксации максимальной абелевой калибровки и выделения абелевой или монополярной компоненты калибровочного поля или в фиксации центральной калибровки и выделении Z_N (для $SU(N)$) степеней свободы (Prog.Part.Nucl.Phys. 51 (2003) 1). В подобном исследовании появляется также возможность проверить гипотезу, выдвинутую в работах Phys.Rev.Lett. 98 (2007) 082002 и Phys.Rev.Lett. 101 (2008) 162302, что цвето-магнитные степени свободы (монополи или вихри) ответственны за необычные свойства кварк-глюонной плазмы в области температур немного выше температуры перехода T_c . Мы провели расчет абелевой компоненты коррелятора $C(t)$ после фиксации максимальной абелевой калибровки. Расчет проведен на решетках 323×16 ; статистика - 100000 конфигураций. Результат этого расчета показывает, что для абелевой компоненты коррелятора значительно уменьшается статистическая погрешность, по сравнению с обычным неабелевым коррелятором. При малых значениях евклидова времени t значения перенормированных неабелевого и абелевого корреляторов $C(t)$ близки друг к другу, но при максимальном значении $t=8$ (середина решетки) корреляторы отличаются друг от друга на два порядка, коррелятор абелевой проекции примерно в 100 раз больше обыкновенного коррелятора. Мы попытались понять поведение абелевой компоненты коррелятора и обнаружили следующие свойства. При фитировании коррелятора абелевой проекции с помощью модельной спектральной плотности $\rho(\omega)$, соответствующей гидродинамическому приближению $\rho(\omega) = \eta \omega / \pi$, мы обнаружили отличное согласие с данными, что подтверждается значением χ^2/dof около 1. Отметим, что в случае неабелевого коррелятора хороший фит получается только при добавлении ультрафиолетового вклада в $\rho(\omega)$, который пропорционален ω^4 и является доминирующим. Мы приходим к выводу, что абелевая проекция описывает инфракрасное поведение теории и подавляет ультрафиолетовые вклады. Это как раз то, что нужно для вычисления вязкости абелевой компоненты. Однако напрямую вычислить вязкость из коррелятора в абелевой проекции пока не представляется возможным, т.к. не известен перенормировочный коэффициент для абелевой проекции. Заметим, однако, что мультипликативная перенормировка коррелятора $C(t)$ точно такая же, как квадрат перенормировки плотности энтропии - s . Если теперь сравнить, величины $C(t)/s^2$, из которой сокращается мультипликативная перенормировка, для абелевой коррелятора и для неабелевого коррелятора, то оказывается, что в точке $t=8$ эти величины совпадают. Данный результат подтверждает предположение о том, что учет перенормировки абелевой проекции позволит вычислить вязкость кварк-глюонной плазмы.

Вакуум теории Янга-Миллса содержит особые струноподобные объекты – центральные цвето-магнитные вихри. Вклад вихрей в свойства кварк-глюонной плазмы также вызывает интерес. Мы исследовали свойства вихрей после фиксации т. н. прямой центральной калибровки. Мы использовали прием удаления центральных вихрей из сгенерированных с улучшенным вильсоновским действием решеточных конфигураций калибровочного поля на решетке $16^3 \times 8$ при температуре $2.5T_c$. Мы вычислили коррелятор $C(t)$ для таких конфигураций без вихрей и сравнили с обычным коррелятором $C(t)$. Мы обнаружили большую разницу между этими корреляторами, что означает, что вихри дают значительный вклад в этот коррелятор. Пока имеющиеся данные не позволяют поддержать или опровергнуть гипотезу о том, что именно вихри ответственны за аномально малое отношение η/s (s – плотность энтропии) найденное в кварк-глюонной плазме.

Все планируемые работы выполнены полностью:

да

5.3. Основные результаты выполнения проекта (не более 10 стр.)

1. Разработан программный комплекс (ПК) для вычислений в решеточной КХД с $N_f=2$ с ненулевым химическим потенциалом. ПК написан на языке программирования C++ с использованием технологии CUDA от Nvidia. ПК реализует алгоритм гибридного Монте Карло для выбранного вида решеточного действия, включая возможность ненулевого (мнимого) кваркового химического потенциала. Важным свойством созданного ПК является то, что большая часть вычислительных операций (более 99 %) выполняется на графической подсистеме современных компьютеров (GPU), так как прежде всего этот комплекс предназначен для работы на суперкомпьютере «Восток 1» ДВФУ. Были решены

многочисленные проблемы, связанные с особенностями программирования для GPU. В частности проблемы оптимизации работы с глобальной и локальной памятью GPU, учитывая ее архитектуру. В 2016 и 2017 годах мы выполнили работы по оптимизации ПК, значительно (в 3 раза) повысив его производительность.

2. Мы разработали новый метод вычисления канонической статистической функции Z_n . Он основан на фитировании мнимой плотности частиц для всех значений мнимого химического потенциала функциями, основанными теоретическими соображениями: полиномиальный фит в фазе деконфайнмента для T выше T_{RW} и Фурье-подобный фит ниже T_{RW} , включая фазу конфайнмента. Используя результаты фитирования мы вычислили канонические статистические функции Z_n для 7 значений T/T_c с помощью преобразования Фурье. Было необходимо использование библиотек арифметики произвольной точности (GMP, MPFR, MPFR C++) для вычисления Z_n , которые изменяются на много порядков. Для всех температур мы проверили, что точность Z_n была достаточной для воспроизведения плотности частиц $n_{q|}$.

При температурах $T/T_c=1.35$ и 0.93 мы сравнили наши результаты для Z_n с результатами, вычисленными с помощью метода разложения по хоппинг параметру. Мы нашли, что новый метод работает и в фазе конфайнмента и в фазе деконфайнмента: два набора Z_n , рассчитанные абсолютно независимыми методами, согласуются хорошо. Это означает, что функции фитирования, используемые в данной работе, являются хорошими приближениями для мнимой плотности частиц во всей области значений $mu_{q|}$. Более того, это означает, что аналитическое продолжение в область действительного химического потенциала может в принципе быть сделано за пределы применимости разложения в ряд Тейлора, т.к. это аналитическое продолжение совпадает с n_q , вычисленным с помощью корректно определённых Z_n . Поэтому новый метод позволяет вычислить плотность частиц n_q за пределами применимости разложения в ряд Тейлора. Область применимости нового метода неявно определена числом корректных Z_n . Это число может быть увеличено с помощью улучшения качества приближения мнимой плотности частиц.

Согласие нового метода и метода HPE особенно примечательно в фазе деконфайнмента. Область деконфайнмента интенсивно исследуется в экспериментах ALICE на LHC. Заметим, что наш новый метод не ограничен ни тяжёлыми массами кварков как HPE, ни маленькими значениями mu_q как разложение в ряд Тейлора. После того, как мы вычислили Z_n , используя новый метод, мы можем вычислить любую термодинамическую величину: давление, плотность частиц и их высшие моменты. Поэтому новый метод может предоставить достоверный теоретический базис для результатов LHC.

3. Вычислены значения барионной плотности, ее восприимчивости и более высоких моментов, давления и плотности энергии для нескольких значений температуры при ненулевом химическом потенциале до значений $mu_q/T=2$ на решетках $16^3 \times 4$ для двух значений массы кварка. Увеличение статистики при температуре $T/T_c=0.93$ позволило значительно уменьшить оценку сверху на абсолютную величину второго вириального коэффициента f_6 . В рамках модели газа адронных резонансов наш результат означает, что в фазе конфайнмента уже при температуре $T/T_c=0.93$ взаимодействие барионов чрезвычайно подавлено. Сравнение значений барионной плотности для двух значений массы кварка позволило сделать вывод о довольно слабой зависимости от массы кварка. Обнаружено хорошее количественное согласие для отношений обобщенных восприимчивостей χ_4/χ_2 и χ_6/χ_2 результатами других групп, полученными для физической массы кварка и значительно меньшего шага решетки. Полученное согласие означает значительное сокращение систематических погрешностей в этих отношениях. Это позволило выполнить сравнение наших результатов с результатами экспериментов по столкновению тяжелых ионов RHIC. Это сравнение выявило хорошее согласие решеточных результатов для отношений кумулянтов λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 с экспериментальными данными. Такое согласие позволяет сделать вывод, что решеточные результаты будут весьма полезны для интерпретации результатов экспериментов при поиске критической точки.

4. Получены численные результаты, определяющие линию фазового перехода в плоскости $T - mu_B$ в КХД с $N_f=2$ для значений mu_B/T_c до 4.9. Результаты получены двумя методами. Использовался известный метод, который заключается в определении линии перехода для мнимого химического потенциала и последующего аналитического продолжения. Этим методом найдены две точки на линии фазового перехода. Другой метод предложен в рамках данного проекта. Он позволяет вычислять линию перехода для действительных значений химического потенциала. Этим методом были также найдены две точки на линии перехода. Замечательным результатом является то, что все четыре найденные точки, а также точка $(T_c, 0)$, лежат на одной кривой, описываемой уравнением $T_c(mu_B)/T_c = 1 - C(mu_B/T_c)^2$. Это подтверждает достоверность нового метода вычисления линии перехода. Значение константы C хорошо согласуется со значениями, полученными другими группами.

Впервые определена зависимость канонической статсуммы Z_n от температуры. Это позволило определить зависимость от температуры для статсуммы и ее производных - барионной плотности, восприимчивости, плотности

энергии.

5. Вычислены нули Ли-Янга в КХД с $N_f=2$ и определена их зависимость от температуры и числа используемых в вычислениях коэффициентов Z_n . Для вычисления нулей Ли-Янга использован метод, разработанный ранее руководителем проекта А.Накамурой. В этом методе необходимо вычисление канонической статсуммы Z_n . Чем точнее вычислены Z_n , тем точнее получаются значения для нулей Ли-Янга. Так как в нашей работе мы получили Z_n с лучшей точностью, чем ранее достигнутая в других вычислениях, то и точность вычисления нулей Ли-Янга достигнута наилучшая. Мы обнаружили нули Ли-Янга, которые соответствуют фазовому переходу Роберге-Вайса при мнимом химическом потенциале. Для действительного химического потенциала соответствующих нулей Ли-Янга не было обнаружено.

6. Впервые показано, что в методе разложения по параметру хоппинга (HPE) использования одного значения мнимого химического потенциала недостаточно для получения правильного поведения фермионного детерминанта для больших значений $\mu_I/T > \pi/6$ в фазе конфайнмента ($T/T_c < 1$). Выполнены вычисления методом HPE для 6 значений мнимого химического потенциала с использованием процедуры reweighting. Методом HPE впервые получена правильная зависимость статсуммы Z_{GC} от μ_I для всех значений μ_I в фазе конфайнмента. Предложен новый вариант HPE, в котором пространственная часть оператора Дирака учитывается точно, обосновано, что такая модификация должна обеспечить улучшение сходимости метода.

7. Метод канонического ансамбля сформулирован для случая двух химических потенциалов - барионного μ_B и зарядового μ_Q . Вычисления канонической статсуммы $Z_{\{BQ\}}$ выполнены на решетке размером $16^3 \times 4$ при двух температурах $T/T_c = 0.93$ и $T/T_c = 1.35$ с использованием метода разложения по хоппинг параметру. Показано, что вычисления могут быть выполнены в широком, но ограниченном диапазоне значений B и Q .

8. Исследовался вклад цвето-магнитных степеней свободы - монополей и вихрей — в вязкость глюонной плазмы в $SU(2)$ калибровочной теории. В этом исследовании мы проверяем гипотезу, что цвето-магнитные степени свободы (монополи или вихри) ответственны за необычные свойства кварк-глюонной плазмы в области температур немного выше температуры перехода T_c . Мы провели расчет абелевой компоненты коррелятора $C(t)$ компонент тензора энергии-импульса (ТЭИ) после фиксации максимальной абелевой калибровки на решетках $32^3 \times 16$. Результат этого расчета показывает, что для абелевой компоненты коррелятора значительно уменьшается статистическая погрешность, по сравнению с обычным неабелевым коррелятором. При фитировании коррелятора абелевой проекции с помощью модельной спектральной плотности $\rho(\omega)$, соответствующей гидродинамическому приближению $\rho(\omega) = \eta \omega / \pi$, мы обнаружили отличное согласие с данными, что подтверждается значением χ^2/dof близким к 1, т. е. в абелевом корреляторе отсутствует ультрафиолетовый вклад в спектральную плотность $\rho(\omega)$, который пропорционален ω^4 и является доминирующим в неабелевом корреляторе. Этот результат позволяет сделать важный вывод, что абелевая проекция и в случае коррелятора ТЭИ описывает инфракрасное поведение теории и подавляет ультрафиолетовые вклады. Мы сравнили независимые от перенормировки отношения $C(t)/s^2$, где s – плотность энтропии, и обнаружили, что для максимального значения $t=8$ эти отношения совпадают. Этот результат подтверждает предположение о том, что учет абелевой компонента дает доминирующий вклад в коррелятор при больших t (малых ω), а значит и в вязкость кварк-глюонной плазмы.

9. Исследована энтропия перепутывания в $SU(3)$ глюодинамике. Мы вычисляли энтропическую s -функцию, пропорциональную производной энтропии перепутывания S_A по длине подсистемы l . Мы обнаружили, что s -функция практически постоянна в области малых l : при $l < 0.7$ fm. Наши результаты показывают монотонное уменьшение s -функции при $l > 0.7$ fm и она согласуется с нулевым значением при $l = 0.88$ fm. Интересно, что критическая температура в $SU(3)$ глюодинамике составляет $T_c = 280$ МэВ, то есть $1/T_c = 0,714$ Фм. Наши результаты аналогичны поведению статического потенциала как функции расстояния между источниками. На малых l наблюдаемое значение энтропийной s -функции можно понять достаточно хорошо с точки зрения степеней свободы глюонов.

Все запланированные научные результаты достигнуты:

да

5.4. Описание выполненных работ и полученных научных результатов (в том числе степень выполнения проекта) для публикации на сайте РФФ

на русском языке (до 3 страниц текста, также указываются ссылки на информационные ресурсы в сети Интернет (url-адреса), посвященные проекту)

Проект направлен на исследование теории сильных взаимодействий элементарных частиц - Квантовой хромодинамики (КХД) при экстремальных условиях - высокой температуре и ненулевой барионной плотности. КХД характеризуется значительными непертурбативными эффектами, результаты экспериментов по столкновениям тяжелых ионов указывают на то, что эти эффекты сильны и в изучаемой нами области параметров. В этой области параметров происходит очень интересное явление перехода адронной материи в кварк-глюонную материю. Получить количественные предсказания для таких непертурбативных эффектов из первых принципов квантовой теории поля возможно только с помощью метода решеточной регуляризации. Эта формулировка КХД, называемая решеточной КХД, позволяет прямое вычисление функционального интеграла путем численного моделирования на наиболее мощных современных суперкомпьютерах. Этот метод является основным методом, используемым при выполнении задач проекта.

Эксперименты по столкновению тяжелых ионов на коллайдерах RHIC (Брукхейвен) и LHC (ЦЕРН) в которых изучаются свойства недавно открытого состояния вещества – кварк-глюонной плазмы, являются едва ли не самыми интересными экспериментами в настоящее время в области физики элементарных частиц. Для полноценного исследования свойств кварк-глюонной плазмы теоретическими методами необходимо проводить вычисления при высокой температуре и конечном барионном химическом потенциале. Для конечной барионной плотности решеточная КХД сталкивается с проблемой. Действие теории становится комплексным ("проблема знака"), из-за чего численное моделирование известными методами становится невозможным. Данный проект направлен на решение этой проблемы в рамках решеточной КХД и получение новых теоретических результатов для свойств кварк-глюонной плазмы.

При выполнении проекта создан программный комплекс (ПК) для вычислений в решеточной КХД с ненулевым химическим потенциалом на суперкомпьютере с гибридной архитектурой. Такой ПК был создан российской группой впервые. ПК реализует алгоритм гибридного Монте Карло для выбранного вида решеточного действия, включая возможность ненулевого (мнимого) кваркового химического потенциала. Важным свойством созданного ПК является то, что большая часть вычислительных операций (более 99 %) выполняется на графической подсистеме современных компьютеров (GPU), так как прежде всего этот комплекс предназначен для работы на суперкомпьютере «Восток 1» ДВФУ. ПК был значительно улучшен в процессе выполнения проекта, что позволило значительно, в 3 раза повысить эффективность. Выполнена генерация конфигураций калибровочного поля на решетках размера $16^3 \times 4$ для 13 значений температуры выше и ниже T_c - температуры перехода при нулевом химическом потенциале и для 2-х значений массы кварка. Для каждого значения температуры конфигурации генерировались для 20-40 значений мнимого химического потенциала. Всего было сгенерировано и использовано в вычислениях более 400 000 конфигураций.

Мы разработали новый метод вычисления канонической статистической функции Z_n . Он основан на фитировании мнимой плотности частиц для всех значений мнимого химического потенциала функциями, основанными теоретическими соображениями: полиномиальный фит в фазе деконфайнмента для T выше T_{RW} и Фурье-подобный фит ниже T_{RW} , включая фазу конфайнмента. Используя результаты фитирования мы вычислили канонические статистические функции Z_n для 13 значений T/T_c с помощью преобразования Фурье. Было необходимо использование библиотек арифметики произвольной точности (GMP, MPFR, MPFR C++) для вычисления Z_n , которые изменяются на много порядков. Для всех температур мы проверили, что точность Z_n была достаточной для воспроизведения плотности частиц $n_{q|}$.

При температурах $T/T_c=1.35$ и 0.93 мы сравнили наши результаты для Z_n с результатами, вычисленными с помощью метода разложения по хоппинг параметру. Мы нашли, что новый метод работает и в фазе конфайнмента и в фазе деконфайнмента: два набора Z_n , рассчитанные абсолютно независимыми методами, согласуются хорошо. Это означает, что функции фитирования, используемые в данной работе, являются хорошими приближениями для мнимой плотности частиц во всей области значений $m_{q|}$. Более того, это означает, что аналитическое продолжение в область действительного химического потенциала может в принципе быть сделано за пределы применимости разложения в ряд Тейлора, т.к. это аналитическое продолжение совпадает с $n_{q|}$, вычисленным с помощью корректно определённых Z_n . Поэтому новый метод позволяет вычислить плотность частиц $n_{q|}$ за пределами применимости разложения в ряд Тейлора. Область применимости нового метода неявно определена числом корректных Z_n . Это число может быть увеличено с помощью улучшения качества приближения мнимой плотности частиц.

Согласие нового метода и метода HPE особенно примечательно в фазе деконфайнмента. Область деконфайнмента интенсивно исследуется в экспериментах ALICE на LHC. Заметим, что наш новый метод не ограничен ни тяжёлыми массами кварков как HPE, ни маленькими значениями m_q как разложение в ряд Тейлора. После того, как мы вычислили Z_n , используя новый метод, мы можем вычислить любую термодинамическую величину: давление, плотность частиц и их высшие моменты. Поэтому новый метод может предоставить достоверный теоретический базис для результатов LHC.

Большие усилия были направлены на развитие и применение нового метода вычислений канонической статсуммы Z_n . В частности, найдено решение проблемы аналитического продолжения к действительным значениям химического потенциала для интервала температур между T_c и T_{RW} . Показано, что численные данные, полученные для мнимого химического потенциала лучше всего фитируются рядом Фурье с большим (до 7 для исследованных значений температуры) числом членов.

Разработанный метод применен к вычислению физических величин, важных для понимания природы явлений, происходящих в кварк-глюонной материи при рассматриваемых значениях температуры и химического потенциала. Вычислены значения давления, барионной плотности, ее восприимчивости и более высоких моментов, для 13 значений температуры при ненулевом химическом потенциале до значений $m_q/T = 2$ на решетках $16^3 \times 4$ для двух значений массы кварка. Сделан вывод о довольно слабой зависимости этих физических величин от массы кварка.

Выполнено сравнение полученных результатов с результатами других групп (Германия, США, Италия), полученными для физической массы кварка и значительно меньшего шага решетки. Это сравнение показывает хорошее качественное согласие для области значений температуры вблизи T_c и для значений химического потенциала в диапазоне, в котором работает разложение в ряд Тейлора. Количественно наши значения отличаются в соответствии с эффектами конечного шага решетки. Для сравнения с экспериментами по столкновениям тяжелых ионов важными величинами являются отношения кумулянтов, вычисляемых как производные от барионной плотности. Для этих отношений, вычисленных при нулевом химическом потенциале, мы обнаружили хорошее количественное согласие с результатами групп, упомянутых выше. Таким образом, эффекты большой массы кварка и большого шага решетки (малого обрезания по импульсу) значительно сокращаются в этих отношениях. Отсюда следует, что мы имеем основание сравнивать наши результаты для отношений кумулянтов с результатами экспериментов по столкновению тяжелых ионов.

Мы выполнили такое сравнение наших результатов с результатами экспериментов по столкновению тяжелых ионов RHIC. Это сравнение выявило хорошее согласие решеточных результатов для отношений кумулянтов λ_2/λ_1 и λ_4/λ_2 с экспериментальными данными. Такое согласие позволяет сделать вывод, что решеточные результаты будут весьма полезны для интерпретации результатов экспериментов при поиске критической точки, что является одной из главных задач будущих экспериментов на строящихся установках FAIR (Дармштад, ФРГ) и NICA (Дубна).

Предложен новый способ вычисления температуры перехода из адронной фазы в фазу кварк-глюонной плазмы. Он заключается в следующем. Мы вычислили с хорошей точностью давление $P(\mu, T)$ для значений температуры $T > T_c$ и для $T < T_c$ для ненулевых значений химического потенциала. Напомним, что везде мы подразумеваем $T_c = T_c(\mu=0)$. Известно, что линия перехода из адронной фазы в фазу кварк-глюонной плазмы в плоскости $\mu - T$ отклоняется вниз при возрастании μ , т. е. $T_c(\mu) < T_c$. Это позволяет выполнить экстраполяцию значений давления $P_{deconf}(\mu, T)$, полученных для $T > T_c$ при фиксированном μ на значения $T < T_c$. С другой стороны, мы вычислили $P_{conf}(\mu, T)$ для $T < T_c$. Точка перехода определяется равенством этих двух функций: $P_{deconf}(\mu, T) = P_{conf}(\mu, T)$.

Получены численные результаты, определяющие линию перехода адронной материи в кварк-глюонную материю в плоскости $T - \mu_B$. Результаты получены двумя методами. Использовался известный метод, который заключается в определении линии перехода для мнимого химического потенциала и последующего аналитического продолжения. Этим методом найдены две точки на линии фазового перехода. Другой метод предложен в рамках данного проекта, его идея изложена выше. Он позволяет вычислять линию перехода для действительных значений химического потенциала. Этим методом были также найдены две точки на линии перехода. Замечательным результатом является то, что все четыре найденные точки, а также точка $(T_c; 0)$, лежат на одной кривой, описываемой уравнением $T_c(\mu_B)/T_c = 1 - C(\mu_B/T_c)^2$. Это подтверждает достоверность нового, предложенного нами метода вычисления линии перехода. Значение константы C хорошо согласуется со значениями, полученными другими группами.

Мы также впервые исследовали зависимость канонической статсуммы Z_n от температуры. Это позволило определить зависимость от температуры для давления и его производных - барионной плотности, восприимчивости, плотности энергии.

Очень важными величинами при изучении фазовой структуры любой статистической системы являются нули Ли-Янга. Мы вычислили нули Ли-Янга в решеточной КХД с $N_f=2$ и определили их зависимость от температуры и числа

используемых в вычислениях коэффициентов Z_n с лучшей на сегодня точностью. Для вычисления нулей Ли-Янга использован метод, разработанный ранее руководителем проекта А.Накамурой. В этом методе необходимо вычисление канонической статсуммы Z_n . Чем точнее вычислены Z_n , тем точнее получаются значения для нулей Ли-Янга. Так как в нашей работе мы получили Z_n с лучшей точностью, чем ранее достигнутая в других вычислениях, то и точность вычисления нулей Ли-Янга достигнута наилучшая. Мы обнаружили нули Ли-Янга, которые соответствуют фазовому переходу Роберге-Вайса при мнимом химическом потенциале. Для действительного химического потенциала соответствующих нулей Ли-Янга не было обнаружено.

Обнаружена и решена проблема вычисления барионной плотности при мнимом химическом потенциале μ_I в методе разложения по хоппинг параметру (hopping parameter expansion - HPE). Впервые показано, что в методе HPE использования одного значения мнимого химического потенциала, например, $\mu_I=0$, недостаточно для получения правильных значений фермионного детерминанта во всем диапазоне значений μ_I . Нам удалось улучшить метод HPE и впервые получить правильную зависимость статсуммы Z_{GC} от μ_I для всех значений μ_I в фазе конфайнмента. Предложен новый вариант метода HPE, в котором пространственная часть оператора Дирака учитывается точно, что должно обеспечить улучшение сходимости метода.

Исследована энтропия перепутывания в SU(3) глюодинамике. Мы вычисляли энтропическую с-функцию, пропорциональную производной энтропии перепутывания S_A по длине подсистемы l . Мы обнаружили, что с-функция практически постоянна в области малых l : при $l < 0.7$ fm. Наши результаты показывают монотонное уменьшение с-функции при $l > 0.7$ fm и она согласуется с нулевым значением при $l = 0.88$ fm. Интересно, что критическая температура в SU(3) глюодинамике составляет $T_c = 280$ МэВ, то есть $1/T_c = 0,714$ Фм. Наши результаты аналогичны поведению статического потенциала как функции расстояния между источниками. На малых l наблюдаемое значение энтропийной с-функции можно понять достаточно хорошо с точки зрения степеней свободы глюонов.

Работа коллектива над проектом отражена на сайте Группы компьютерного моделирования Школы Биомедицины ДВФУ:

<http://protoin.ru/#tabs|GCM:Grants>

на английском языке

The project aims at the study of the Quantum Chromodynamics (QCD), the theory of strong interactions, under extreme conditions - high temperature and nonzero baryon density. The QCD is characterized by large nonperturbative effects, the results of heavy ion collision experiments indicate that these effects are strong in the parameter region studied by us. There is a very interesting phenomenon of the phase transition from hadronic matter to the quark-gluon plasma in this parameter region. Quantitative predictions for such nonperturbative effects from the first principles of quantum field theory are possible only with the help of the lattice regularization method. This formulation of QCD, called lattice QCD, allows a direct calculation of the functional integral by numerical simulation on the most powerful modern supercomputers. The method of lattice QCD is the main method used for the accomplishment of the project goals.

Experiments in heavy-ion collisions at the colliders RHIC (Brookhaven) and LHC (CERN), in which the properties of the recently discovered state of matter - the quark-gluon plasma, are perhaps the most interesting experiments in the field of elementary particle physics. To study the properties of quark-gluon plasma by theoretical methods it is necessary to carry out computations at finite temperature and finite baryon chemical potential. For finite baryon density lattice QCD is faced with the following problem: the action becomes complex ("sign problem"), for this reason numerical simulations by the known methods is impossible. This project aims to solve this problem and to obtain new theoretical results for study of the properties of quark-gluon plasma.

During the project accomplishment the program code for lattice QCD computations with imaginary chemical potential on the supercomputer with the hybrid architecture was created. Such a program code has been written by the Russian research group for the first time. The hybrid Monte Carlo method for the improved lattice action and with the finite imaginary chemical potential has been implemented in the code. The noticeable property of the code is the fact that the most part of computations (more than 99%) is performed on the graphic processing units (GPU) of the modern computers, because the program is aimed at the calculations on the cluster "Vostok-1" in FEFU. The code was improved significantly during the work on the project which led to the threefold increase of the computational efficiency. The ensembles of gauge field configurations were generated on the lattices $16^3 \times 4$ for the 13 temperature values above and below the T_c (critical temperature at zero chemical potential) and two different values of the bare quark mass. For each value of the

temperature the configurations were generated at 20--40 values of imaginary chemical potential. In total we have used more than 400 000 configurations during the calculations.

We have developed new method to compute the canonical partition functions Z_n . It is based on fitting of the imaginary number density for all values of imaginary chemical potential to the theoretically motivated fitting functions: polynomial fit in the deconfinement phase for T above T_{RW} and Fourier type fit in the region below T_{RW} (this region includes the confinement phase). Using fit results we computed canonical partition functions Z_n at 13 values of T/T_c via Fourier transformation. It was necessary to use the multiprecision libraries (GMP, MPFR, MPFR C++) to compute Z_n which change over many orders of magnitude for different n . For all temperatures we have checked that precision of computation of Z_n was high enough to reproduce the imaginary number density n_q . At temperatures $T/T_c = 1.35$ and 0.93 we compared our results for Z_n with the result computed via the hopping parameter expansion. We found that the new method works in both confinement and deconfinement phases: two sets of Z_n computed by completely independent methods agree well. This means that the fitting functions used in this work are proper approximations for the imaginary number density in the full range of μ_q values. Furthermore, this means that the analytical continuation to the real chemical potential region can in principle be done beyond the Taylor expansion validity range since this analytical continuation coincides with n_q computed with the help of correctly determined Z_n . Thus the new method allows to compute the number density n_q beyond Taylor expansion validity region. The range of validity of new method is implicitly determined by the number of correctly computed Z_n . This number can be increased by increasing the quality of approximation of imaginary number density.

The agreement of the new method and HPE method is especially remarkable in the deconfining phase. The deconfinement region is being explored extensively by ALICE experiments at LHC. Note that our new method is limited neither to the heavy quark mass values like HPE, nor to small μ_q values like Taylor expansion. Once we calculated Z_n using new method, we can calculate any thermodynamical quantity like pressure, number density and its higher moments. Thus the new method can provide very reliable theoretical basis for LHC results.

Substantial effort were focused on the development and application of the new method of Z_n computation. In particular the solution

for the problem of the analytical continuation from the imaginary to real chemical potential region in the temperature interval $T_c < T < T_{RW}$ was found. We found that numerical data obtained for the imaginary chemical potential are well fitted by the Fourier series with the large enough (up to 7 for the considered T values) number of terms.

The new method of Z_n calculations was applied to the computation of physical observables which are crucial for the understanding of the nature of phenomena occurred on the quark-gluon matter at the considered values of temperature and chemical potential. The values of the pressure, baryon density, its susceptibility and higher moments for 13 values of the temperature at non-zero chemical potential to values till $\mu_q / T = 2$ on lattices $16^3 \times 4$ for two values of the quark mass were calculated. The conclusion about noticeably weak dependence of the these physical quantities on the quark mass was drawn.

A comparison of our results with the results obtained by other research groups (Germany, USA, Italy) at physical quark mass and smaller lattice spacing is made. This comparison shows good qualitative agreement for the temperature region near T_c and for the chemical potential region for the μ_q values where Taylor expansion converges well. Quantitatively our results are different due to the lattice artifacts related to the finite lattice spacing. Cumulant ratios are the crucial physical observables which are being used for the comparison with the HIC experiments results. For the ratios of cumulants computed at zero chemical potential we found good quantitative agreement with the result of research groups mentioned above. Thus the artifacts related to unphysically large quark mass and large lattice spacing (small cutoff in the momentum) are noticeably decreased in these ratios. So we may compare our results for the cumulant ratios with experimental results on the heavy ion collisions.

We performed such a comparison with the RHIC experimental results and obtained good agreement of lattice results with the experimental data for the cumulant ratios λ_2/λ_1 and λ_4/λ_2 . This agreement leads us to the conclusion that lattice results will be helpful for the interpretation of the experimental data aimed to find the critical endpoint of the QCD phase diagram, which is the main goal of future experiments like FAIR (Darmstadt, Germany) and NICA (Dubna, Russia).

The new method to compute the temperature of the transition from the hadron phase to the quark-gluon plasma phase was proposed. It is the following: we compute with the high precision the pressure $P(\mu, T)$ at temperatures $T > T_c$ and $T < T_c$ ($T_c(\mu = 0)$ is implied by T_c everywhere) for non-zero values of the chemical potential. It is known that the critical line from the hadron phase to the quark-gluon plasma phase in the $T - \mu$ plane curves downwards with the increase of μ , i.e. $T_c(\mu) < T_c$. This allows to perform the extrapolation of the pressure $P_{\text{deconf}}(\mu, T)$ obtained at $T > T_c$ at the fixed value of μ in the $T < T_c$ region. On the other hand we have computed $P_{\text{conf}}(\mu, T)$ in the $T < T_c$ region. The critical line may thus be defined by the equation $P_{\text{deconf}}(\mu, T) = P_{\text{conf}}(\mu, T)$.

Numerical determination of the critical line between hadronic matter and QGP phases in the $T - \mu_B$ plane was performed.

The results were obtained by two methods. The first one was the use of the standard technique of analytical continuation of the transition line itself from the imaginary chemical potential region to the real chemical potential region. With the help of this method we found two points on the critical line. The second method, which allows to locate the critical line the real chemical potential region, is new and was proposed in this project (the method was described above). With the use of the second method the two points on the critical line were also found. The noticeable result is that all 4 points in total obtained by the two methods and the point $(T_c; 0)$ are located on the one line which may be described by the parametrization $T_c(\mu_B)/T_c = 1 - C(\mu_B/T_c)^2$. This confirms the confidence of the new method (the second one) proposed by us. The value of the curvature of the critical line (C) is in the good agreement with the curvature values obtained by other research groups. We also were the first who numerically investigated the dependence of canonical partition functions Z_n on temperature. This allowed us to obtain the temperature dependence of the pressure and its derivatives, i.e baryon density, susceptibility, energy density.

The Li-Yang zeros are very important physical probes for the study of the phase structure of any statistical system. We computed the Li-Yang zeros in the lattice QCD with $N_f = 2$ and determined its dependence on the temperature and the number of Z_n used in computations with the best precision available on the present moment. The Li-Yang zeros were computed with the use of the method, proposed and tested earlier by the project leader A. Nakamura. In this method the canonical partition functions Z_n are required, and the precision of the Li-Yang zeros location depends on the precision on the calculation of Z_n . Because in our studies we obtained Z_n with the best precision available nowadays, the precision of the Li-Yang zeros determination is also the best. We obtained the Li-Yang zeros corresponding to the Roberge-Weiss phase transition at imaginary chemical potential. For real chemical potential region we did not find the supposed Li-Yang zeros.

The problem of calculating the baryon density for an imaginary chemical potential μ_I in the method of the hopping parameter expansion is found and solved. It was shown for the first time that in the HPE method the use of one value of the imaginary chemical potential is not enough to obtain the correct behaviour of the fermionic determinant for the whole μ_I region. We improved the HPE method and obtained the proper dependence of the partition function Z_{GC} on μ_I for all values of μ_I in the confinement phase for the first time. A new version of the HPE method is suggested, in which the spatial part of the Dirac operator is taken into account explicitly, which should lead to an improvement in the HPE convergence.

Entanglement entropy in the $SU(3)$ -gluodynamics was investigated. We computed the entropic c-function, which is proportional to the derivative of the entanglement entropy S_A on the subsystem length l . We found that the c-function is almost constant in the small l region: at $l < 0.7$ fm. Our results show a monotonic decrease of the c-function at $l > 0.7$ fm and it is consistent with the zero value at $l = 0.88$ fm. It is interesting that the critical temperature in the $SU(3)$ -gluodynamics is $T_c = 280$ MeV, i.e. $1/T_c = 0.714$ fm. Our results are analogous to the static potential behavior as a function of the distance between the sources. In the small l region the observed behavior of the entropic c-function may be understood quite well from the gluonic degrees of freedom.

The work performed to fulfill the project goals is presented on the website of the Group of computational modeling (GCM) of the School of Biomedicine, FEFU:
<http://protoin.ru/#tabs|GCM:Grants>

5.5. Перечень публикаций по проекту за весь срок выполнения проекта (заполняется автоматически на основании форм 2о)

1. Борняков В., Бойда Д., Гой В., Молочков А., Накамура А., Николаев А., Захаров В.И. (Bornyakov V., Boyda D., Goy V., Molochkov A., Nakamura A., Nikolaev A., Zakharov V.I.) **Lattice QCD for Baryon Rich Matter – Beyond Taylor Expansions** Nuclear Physics A (2016 г.)

2. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Захаров В.И., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А. (V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, V. I. Zakharov, A. V. Molochkov, Atsushi Nakamura, A. A. Nikolaev) **Новый подход к вычислению канонического производящего функционала в решеточной КХД при конечном химическом потенциале** Письма в ЖЭТФ (2016 г.)

3. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **How to use Lattice and Experimental data for QCD Critical Point Search** Acta Physica Polonica B (2016 г.)

4. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (V. G. Bornyakov, D. L. Boyda, V. A. Goy, A. V. Molochkov, A. Nakamura, A. A. Nikolaev, V. I. Zakharov) **Study of lattice QCD at finite chemical potential using the canonical ensemble approach** EPJ Web of Conferences (2016 г.)

5. Брагута В.В., Ильгенфритц Е.-М., Котов А.Ю., Молочков А.В., Николаев А.А. (Braguta V.V., Ilgenfritz E.-M., Kotov A.Yu., Molochkov A.V., Nikolaev A.A.) **Study of the phase diagram of dense two-color QCD within lattice simulation** Physical Review D (2016 г.)

6. Е. Ито, К. Нагата, О. Накагава, А. Накамура, В.И. Захаров (Etsuko Itou, Keitaro Nagata, Yoshiyuki Nakagawa, Atsushi Nakamura, V.I. Zakharov) **Entanglement in Four-Dimensional SU(3) Gauge Theory** Progress of Theoretical and Experimental Physics (2016 г.)

7. Бойда Д.Л., Борняков В.Г., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Boyda D.L., Bornyakov V.G., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Lattice Study of QCD Phase Structure by Canonical Approach.** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

8. Борняков В., Бойда Д., Гой В., Молочков А., Накамура А., Николаев А., Захаров В.И. (Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **New approach to canonical partition functions computation in $N_f = 2$ lattice QCD at finite baryon density** Physical Review D (2017 г.)

9. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Иида Х., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Iida H., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I., Wakayama M.) **Lattice QCD at finite baryon density using analytic continuation** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

10. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Ильгенфритц Е.-М., Мартемьянов Б.В., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Ilgenfritz E.-M., Martemyanov B.V., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Dyons and Roberge - Weiss transition in lattice QCD.** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

11. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Restoring canonical partition functions from imaginary chemical potential.** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

12. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Sign problem in finite density lattice QCD** Progress of Theoretical and Experimental Physics (2017 г.)

13. Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Гой В.А., Молочков А.В., Накамура А., Николаев А.А., Захаров В.И. (Bornyakov V.G., Boyda D.L., Goy V.A., Molochkov A.V., Nakamura A., Nikolaev A.A., Zakharov V.I.) **Study of lattice QCD at finite baryon density using the canonical approach** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

14. Брагута В.В., Ильгенфритц Е.-М., Котов А.Ю., Молочков А.В., Николаев А.А. (Braguta V.V., Ilgenfritz E.-M., Kotov, A. Yu. Molochkov A.V., and A.A. Nikolaev A.A.) **Phase diagram of dense two-color QCD within lattice simulations** EPJ Web of Conferences (2017 г.)

5.6. Возникли исключительные права на результаты интеллектуальной деятельности, созданные при выполнении проекта:

да

1.

Авторы РИД: *Молочков А.В., Гой В.А., Борняков В.Г., Бойда Д.Л., Николаев А.А.*

Вид РИД: Программа для электронных вычислительных машин (программы для ЭВМ)

Название РИД: **Программа для подстройки параметров численного интегратора в молекулярной динамике**

Дата заявки на регистрацию РИД / Реквизиты (номер патента или свидетельства о государственной регистрации) документа об охране исключительных прав (при наличии): 2016-10-06 / Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017611232 от 27.01.2017

Перечень правообладателей: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Дальневосточный федеральный университет» (ДВФУ)

5.7. Публикационные показатели реализации проекта

(нарастающим итогом, данные формируются автоматически)

Показатели публикационной активности приводятся в отношении публикаций, имеющих соответствующую ссылку на поддержку Российского научного фонда.

Плановые значения указываются только для показателей, предусмотренных соглашением.

Показатели	Единица измерения	2015 г.		2015 - 2016 г.		2015 - 2017 г.	
		план	факт	план	факт	план	факт
Количество публикаций по проекту членов научного коллектива в рецензируемых российских и зарубежных научных изданиях, индексируемых в базах данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (SCOPUS)	Ед.	0	0	5	6	12	14
Число цитирований публикации по проекту членов научного коллектива в научных журналах, индексируемых в международной базе данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) в отчетном году	Ед.		0		0		12
Количество публикаций по проекту членов научного коллектива в изданиях, учитываемых в базе данных «РИНЦ»	Ед.		0		6		14
Количество монографий по проекту членов научного коллектива	Ед.		0		0		0
Количество зарегистрированных результатов интеллектуальной деятельности по проекту членов научного коллектива	Ед.		0		0		1

5.8. Научным коллективом опубликовано с указанием на получение финансовой поддержки от Фонда по направлению научного исследования не менее 12 публикаций в изданиях, индексируемых в базах данных «Сеть науки» (Web of Science Core Collection) или «Скопус» (Scopus):

да

5.9. Возможность практического использования результатов проекта в экономике и социальной сфере (при наличии, в том числе формирование научных и технологических заделов, обеспечивающих экономический рост и социальное развитие Российской Федерации, создание новой или усовершенствование производимой продукции (товаров, работ, услуг), создание новых или усовершенствование применяемых технологий)

Настоящим подтверждаю:

- самостоятельность и авторство текста отчета о выполнении проекта;
- что при обнародовании результатов выполненного в рамках поддержанного РНФ проекта научный коллектив ссылался на получение финансовой поддержки проекта от РНФ и организацию, на базе которой выполнялось исследование;
- свое согласие с опубликованием РНФ сведений из итогового отчета о выполнении проекта, в том числе в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»;
- что проект не имел других источников финансирования;
- что проект не являлся аналогичным* по содержанию проекту, одновременно финансируемому из других источников.

* Проекты, аналогичные по целям, задачам, объектам, предметам и методам исследований, а также ожидаемым результатам. Экспертиза на совпадение проводится экспертным советом Фонда.

Подпись руководителя проекта _____/А.Накамура/

Изменения в составе участников

Гой Владимир Александрович

Захаров Валентин Иванович

Николаев Александр Александрович

Борняков Виталий Геннадьевич

Молочков Александр Валентинович

Бойда Денис Леонидович

Брагута Виктор Валериевич